

Erzeugung von 3D-Netzmodellen in der Produktentwicklung durch Deformation initialer 3D-Netzmodelle

Von der Fakultät Maschinenwesen
der Technischen Universität Dresden
angenommene

D i s s e r t a t i o n

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur (Dr.-Ing.)

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Matthias Klaus

geb. am 29.08.1983 in Bautzen

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Ralph Stelzer

Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack

Vorsitzender der Promotionskommission: Prof. Dr.-Ing. Berthold Schlecht

Tag der Einreichung: 15.10.2019

Tag der Verteidigung: 02.03.2021

Danksagung

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl Konstruktionstechnik/CAD der Technischen Universität Dresden. Ich möchte an dieser Stelle meinen Dank all denjenigen Personen aussprechen, ohne die die Arbeit in der vorliegenden Form nicht möglich gewesen wäre.

Ich danke insbesondere meinem Doktorvater Herrn Professor Ralph Stelzer für die langjährige Unterstützung und für die konstruktive Kritik bei der Finalisierung der Arbeit. Ich danke ebenso Herrn Professor Sandro Wartzack, der meine Arbeit als zweiter Gutachter betreut hat.

Frau Dr.-Ing. habil. Christine Schöne danke ich für die Unterstützung bei den durchgeführten Untersuchungen und bei der Veröffentlichung der Forschungsergebnisse. Dr.-Ing. Stefan Holtzhausen danke ich für den fortwährenden fachlichen Austausch. Mein Dank richtet sich darüber hinaus an alle anderen Kolleginnen und Kollegen am Lehrstuhl, die mit ihrem fachlichen Rat, mit ihrer Lust zur Diskussion und mit ihrem engen Zusammenhalt ein wunderbares Arbeitsklima mitgeprägt haben.

Mein besonderer Dank gilt schließlich meiner Partnerin Liane Kalisch sowie meinen Eltern Irene und Dieter Klaus. Ihr Rückhalt hat maßgeblich zur erfolgreichen Umsetzung der Arbeit beigetragen.

Dresden, Februar 2021

Matthias Klaus

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	v
Symbolverzeichnis	vii
1 Einleitung	1
2 Grundlagen und Zielstellung	5
2.1 Netzmodellableitung in der digitalen Produktentwicklung	5
2.2 Prozesskette und Problemstellung	9
2.3 Zielstellung und Konzept.....	13
2.4 Abgrenzung zu weiteren Konzepten.....	16
3 Netzmodellableitung durch adaptive Deformation	19
3.1 Anforderungen	19
3.1.1 Geometrirepräsentationsformen von Primärmodellen	19
3.1.2 Topologie dreidimensionaler Netzmodelle.....	20
3.1.3 Abbildung gestaltbezogener Objektmerkmale	23
3.1.4 Deformationsrandbedingungen	24
3.2 Verfahrensmodell.....	25
3.3 Methoden innerhalb der Verfahrensphasen	27
3.3.1 Erzeugung erforderlicher Geometriedaten	27
3.3.2 Erzeugung von Gestaltmerkmalen	29
3.3.2.1 Globale Eigenschaften von Geometriemodellen	29
3.3.2.2 Differentielle Eigenschaften von Flächen.....	29
3.3.2.3 Weitere lokale Gestaltoperatoren	31
3.3.2.4 Segmentierung dreidimensionaler Geometriemodelle	32
3.3.2.5 Methodenauswahl für die Netzdeformation.....	33
3.3.3 Transformation der Geometrie des initialen 3D-Netzmodells.....	35
3.3.3.1 Rigide Registrierung von Polygonnetzen	35
3.3.3.2 Nicht-rigide Registrierung von Polygonnetzen	38
3.3.3.3 Deformationsmodell.....	39

3.3.3.4	Punktkorrespondenzen	42
3.3.3.5	Methodenauswahl für die Netzdeformation	44
3.3.4	Validierung des adaptierten 3D-Netzmodells	46
3.4	Datenrepräsentation innerhalb des Verfahrensmodells	47
3.4.1	Grundlagen zu Datenstrukturen von 3D-Netzmodellen	47
3.4.2	Nachbarschaften und Mannigfaltigkeit von Netzkomponenten	48
3.4.3	Übersicht ausgewählter Datenstrukturen von 3D-Netzmodellen	49
3.4.4	Datenstrukturen bei der Netzdeformation	51
4	Methoden zur Erzeugung von Gestaltmerkmalen	57
4.1	Geschlecht dreidimensionaler Geometriemodelle	57
4.1.1	Definition und Berechnungsmethodik	57
4.1.2	Anwendbarkeit bei der Netzdeformation	58
4.1.3	Weiterführende Methoden	60
4.2	Krümmungsberechnung an Dreiecksnetzen	61
4.2.1	Diskreter Laplace-Beltrami-Operator	61
4.2.2	Krümmungsoperatoren	63
4.2.3	Weiterführende Methoden	65
4.3	Segmentierung von Dreiecksnetzen	66
4.3.1	Region-growing anhand von Krümmungswerten	66
4.3.2	Weitere Strategien zur Erzeugung gestaltbezogener Segmente	67
4.3.3	Nachbearbeitung von Segmentierungsergebnissen	68
4.3.4	Regelgeometrie	70
5	Transformation des initialen Netzmodells	73
5.1	Rigide Registrierung der Eingangsmodelle	73
5.2	Bestimmung von Punktkorrespondenzen	75
5.2.1	Berechnungsstrategien	75
5.2.2	Berechnung von Punktkorrespondenzen mit räumlichen Distanzkriterium	77
5.2.3	Bestimmung korrespondierender Gestaltmerkmale	80
5.2.4	Berechnung von Punktkorrespondenzen aus Gestaltmerkmalen	83
5.2.5	Berechnung gleichmäßig verteilter Punktkorrespondenzen	86
5.3	Nicht-rigide Registrierung der Eingangsmodelle	89
5.3.1	ARAP-Deformationsmodell	89
5.3.2	Erweitertes ARAP-Deformationsmodell für die Netzdeformation	93
5.3.2.1	Definition von Gewichtungsfaktoren der Randbedingungen	93
5.3.2.2	Anwendbarkeit für allgemeine Polygon- und Volumennetze	96
5.3.2.3	Integration von Regelgeometrien	99
5.4	Validierung des adaptierten 3D-Netzmodells	101

6 Anwendung der Netzdeformation	105
6.1 Demonstrator	105
6.2 Anwendungsbeispiel 1: FEM-Modellerstellung aus 3D-Digitalisierungsdaten	106
6.2.1 Problemstellung	106
6.2.2 Konventionelle Methodik	109
6.2.3 Durchführung der Netzdeformation	112
6.3 Anwendungsbeispiel 2: Rekonstruktion von Knochenbereichen	118
6.3.1 Problemstellung	118
6.3.2 Vergleichsmethodik	119
6.3.3 Durchführung der Netzdeformation	121
6.4 Auswertung	125
7 Zusammenfassung und Ausblick	127
7.1 Zusammenfassung	127
7.2 Ausblick	130
Literaturverzeichnis	133
Abbildungsverzeichnis	149
Tabellenverzeichnis	155
Anhang	157
A.1 Klassifizierung von 3D-Digitalisierungsverfahren	157
A.2 Differentielle Eigenschaften ebener Kurven	158
A.3 Direktes Lösungsverfahren der rigiden Registrierung	160
A.4 Aufbau von Datenstrukturen dreidimensionaler Netze	161
A.5 Berechnung des Flächeninhalts A_{mixed}	164
A.6 Ausgleichsrechnung zur Detektion von Regelgeometrien	165
A.7 Herleitung des Deformationsmodells	167
A.8 Herleitung des LBO für Viereckselemente	169

Abkürzungsverzeichnis

API	<i>Application Programming Interface</i>
ARAP	<i>As-rigid-as-possible</i>
CT	Computertomografie
FE	Finite Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
ICP	<i>Iterative Closest Point</i>
LBO	Laplace-Beltrami-Operator
MRT	Magnetresonanztomografie
NURBS	Non-uniform rational B-Spline
RANSAC	<i>Random Sample Consensus</i>
STEP	<i>Standard for the Exchange of Product model data</i>

Symbolverzeichnis

α	Winkel (innerhalb eines Polygons), Skalar
A	Flächeninhalt (eines Polygons), Skalar
\mathbf{A}	Matrix (linke Seite des linearen Gleichungssystems zur Berechnung der Deformation des initialen Netzmodells)
$\mathbf{b}^{(x/y/z)}$	Vektor (rechte Seite des linearen Gleichungssystems zur Berechnung der Deformation des initialen Netzmodells)
β	Winkel (innerhalb eines Polygons), Skalar
\mathbf{c}_i	3D-Position, (3x1)-Vektor (korrespondierende Position eines Punktes p_i)
C	Menge aller Punktkorrespondenzen \mathbf{c}_i eines initialen Netzmodells
D	Dreieck (Kurzbezeichnung in Gleichungen)
e	Fehler (Ergebnis einer Minimierungsfunktion), Skalar
f	Flächenstück eines dreidimensionalen Netzes
F	Menge aller Flächenstücke eines dreidimensionalen Netzes
G	Geschlecht eines Objektes, Skalar
\mathbf{H}	Kovarianzmatrix zur Singulärwertzerlegung (in der Arbeit (3x3)-Matrix)
$\hat{\mathcal{K}}$	Kante eines dreidimensionalen Netzes
$\kappa_{G,H,N,1/2}$	Krümmung (Gauß-, mittlere, Normalen-, Hauptkrümmungen), Skalar
$\kappa_{min,max,norm}$	minimale, maximale, normierte Krümmung, Skalar
\mathcal{K}	Menge aller Kanten eines dreidimensionalen Netzes
\mathbf{L}	Laplace-Matrix, $(N_{\mathcal{P}} \times N_{\mathcal{P}})$ -Matrix
\mathcal{M}	dreidimensionales Netz (Graph)
\mathbf{n}	Normale, (3x1)-Vektor
$N_{\mathcal{P},\mathcal{K},\mathcal{F},\mathcal{Z},C}$	Anzahl von Punkten, Kanten, Flächenstücken, Zellen, Punktkorrespondenzen
N_R	Anzahl Ränder eines Polygonnetzes
$\mathcal{N}_{\mathcal{P},\mathcal{K},\mathcal{F},\mathcal{Z}}$	Punkt-, Kanten-, Flächenstück-, Zellennachbarschaft
$opt_{K,i}$	Optimierungskennwert, Skalar
p_i	Punkt eines dreidimensionalen Netzes
\mathcal{P}	Menge aller Punkte eines dreidimensionalen Netzes

R	Rotationsmatrix, (3x3)-Matrix
S	Diagonalmatrix mit Singulärwerten (Teil der Singulärwertzerlegung von H)
t	Anzahl möglicher Triangulierungen eines Polygons, Skalar
\mathbf{t}	Translationsvektor, (3x1)-Vektor
θ	Winkel (innerhalb eines Polygons), Skalar
$T(\cdot)$	Transformationsfunktion
U	untere Dreiecksmatrix (Teil der Singulärwertzerlegung von H)
\mathbf{v}_K	Korrespondenzvektor, (3x1)-Vektor
V	obere Dreiecksmatrix (Teil der Singulärwertzerlegung von H)
ω	Gewichtungsfaktor, Skalar
Ω	Diagonalmatrix der Gewichtungsfaktoren ω_{ij} aller Nachbarpunkte von p_i
$\mathbf{x}^{(x/y/z)}$	x-, y- bzw. z-Koordinaten aller Punkte eines Netzes, $(N_P \times 1)$ -Vektor
\mathbf{x}_i	Position eines Netzpunktes, (3x1)-Vektor
$\Delta \mathbf{x}_i$	Laplace-Beltrami-Operator, (3x1)-Vektor
\mathbf{X}_i	Matrix, die die Koordinaten der Nachbarpunkte eines Netzpunktes p_i abbildet, $(3 \times N_{\mathcal{N}_P(p_i)})$ -Matrix
\mathcal{X}	Menge aller Positionen der Punkte eines dreidimensionalen Netzes
χ	Euler-Poincaré-Charakteristik von Polygonnetzen, Skalar
z	Zelle eines dreidimensionalen Netzes
\mathcal{Z}	Menge aller Zellen eines dreidimensionalen Netzes
$(\cdot)'$	Hochstrich: Bezug auf das verformte Netzmodell (z. B. p')
∇	Gradientenoperator
Δ	Laplace-Operator
\angle	Winkel (Kurzbezeichnung in Gleichungen, z. B. Winkel an Punkt p_i : $\angle p_i$)

1 Einleitung

Mit 3D-Netzmodellen werden Objekte der materiellen Welt oder unserer Vorstellung computergestützt abgebildet. In digitalen Produktentwicklungsprozessen werden mit ihnen sowohl die Objektgestalt als auch anwendungsspezifische Informationen von Objekten und von Prozessen definiert. Mit flächenhaften Netzen (z. B. Dreiecksnetze) wird die Oberfläche von Objekten in diskreter Form repräsentiert, mit volumenhaften Netzen (z. B. Tetraeder-netze) zusätzlich das Objektinnere. 3D-Netzmodelle werden bei der Erzeugung und der Manipulation, der Analyse und der Validierung, in fertigungsvorbereitenden Prozessen sowie zur Präsentation digitaler 3D-Objekte angewandt (Abb. 1.1).

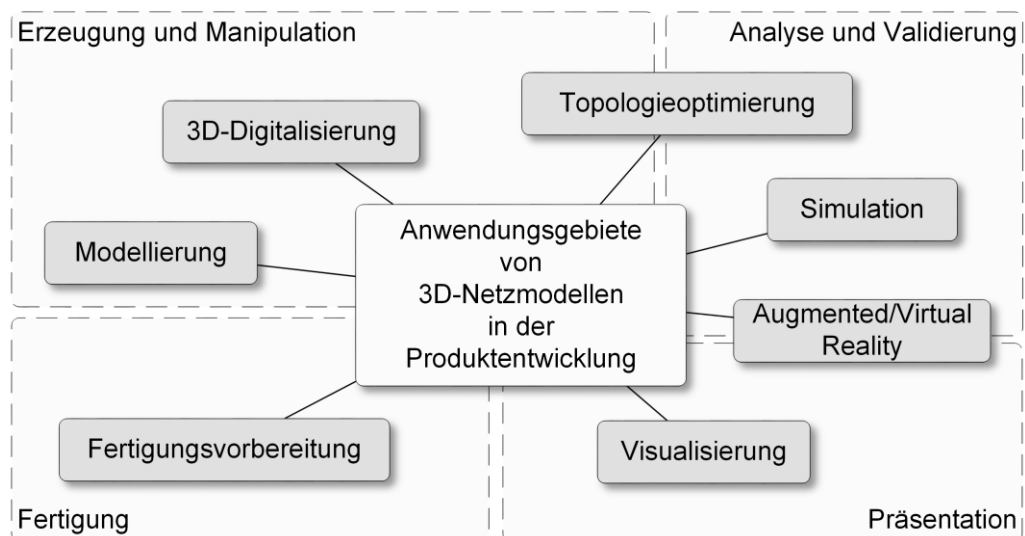


Abb. 1.1: Anwendungsgebiete von 3D-Netzmodellen in der Produktentwicklung

In vielen Anwendungsgebieten gehen 3D-Netzmodelle aus einem anderen dreidimensionalen Geometriemodell (Primärmodell) hervor. Dieser Prozess wird in der vorliegenden Arbeit als Netzmodellableitung bezeichnet (Abb. 1.2). Dabei wird die Geometrie des Primärmodells in eine geeignete Netzdarstellung transformiert. Ferner sind weitere Informationen aus dem Primärmodell (Topologie, Technologieparameter) sowie aus dem Anwendungskontext (Anforderungen, Technologieparameter) in die Netzmodellableitung

integriert. Die Integration und die Verarbeitung der Eingangsgrößen wird in Computerprogrammen sowohl durch Algorithmen automatisiert als auch durch Anwender unterstützt durchgeführt. Das im Ergebnis vollständig definierte 3D-Netzmodell ist durch die Merkmale Geometrie, Topologie und Technologieparameter charakterisiert.

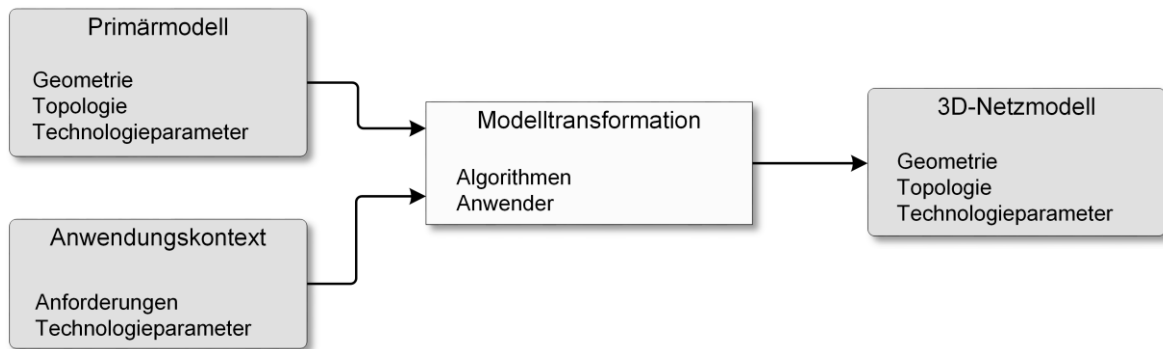
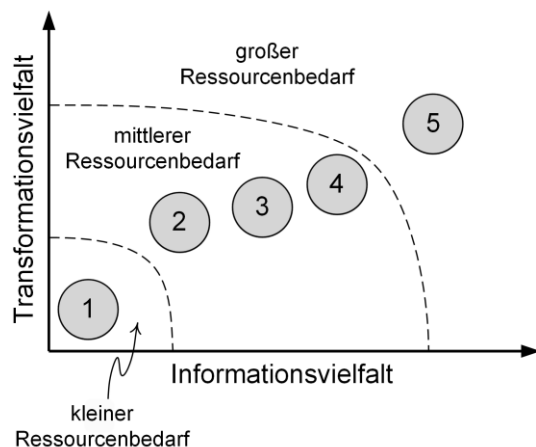


Abb. 1.2: Netzmodellableitung: Erzeugung eines 3D-Netzmodells durch Transformation von Daten eines Primärmodells und eines Anwendungskontextes

Die Geometriepresentationsform der Primärmodelle, die zu verarbeitenden Informationen sowie die Methodik bei der Modelltransformation sind abhängig vom Anwendungsgebiet sehr unterschiedlich. Im Allgemeinen steigt der Ressourcenbedarf (Arbeitskraft, Rechnertechnik, Software) bei der Netzmodellableitung mit der Vielfalt zu verarbeitender Informationen und der Art und der Anzahl auszuführender Arbeitsschritte bei der Modelltransformation (Abb. 1.3).



Beispiele von Netzmodellableitungen:

- 1 Konvertierung analytischer Geometriemodelle in Dreiecksnetze
- 2 Aufbereitung von Digitalisierungsdaten zu Dreiecksnetzen
- 3 Vorbereitung additiver Fertigung (Implementierung von Gitter-, Stützstrukturen in Geometriemodellen)
- 4 Erstellung von Finite-Elemente-Modellen aus analytischen Geometriemodellen
- 5 Erstellung von Finite-Elemente-Modellen aus Digitalisierungsdaten

Abb. 1.3: Ressourcenbedarf bei der Netzmodellableitung für Beispiele aus Anwendungsgebieten in der digitalen Produktentwicklung

Für die Erzeugung von 3D-Netzmodellen bedarf es geeigneter Verfahren und rechnerbasierter Programme zur Transformation der im Primärmodell und im Anwendungskontext vorhandenen Daten. In der praktischen Durchführung mit Computerprogrammen

werden in etablierten Verfahren der Netzmodellableitung die 3D-Netzmodelle von Grund auf erzeugt. Die zu verarbeitenden Informationen werden zur Definition des Netzmodells aus dem Primärmodell und dem Anwendungskontext extrahiert und transformiert. Nach Änderungen der Eingangsgrößen ist für eine Änderung des 3D-Netzmodells die Modelltransformation erneut durchzuführen.

In der Produktentwicklung werden Netzmodellableitungen häufig mehrfach in ähnlicher Konfiguration durchgeführt. Primärmodelle werden in iterativen Prozessen verändert (z. B. Änderungen technischer Objekte) oder unterscheiden sich nur wenig von anderen Primärmodellen (z. B. natürliche Objekte). Auch im Anwendungskontext sind iterative Änderungen von Anforderungen und von Technologieparametern üblich (z. B. bei der Erzeugung eines Simulations- oder eines Fertigungsmodells). Die Anpassung eines erzeugten 3D-Netzmodells auf ein verändertes Primärmodell oder einen veränderten Anwendungskontext ist mit heutigen Computeranwendungen nicht durchführbar. Vor allem eine Veränderung der Geometrie des Primärmodells erfordert zur Korrektur des 3D-Netzmodells eine erneute vollständige Netzmodellableitung, was einen erheblichen Ressourcenaufwand bedeuten kann. Obwohl sich das 3D-Netzmodell nur wenig von bereits vorhandenen 3D-Netzmodellen unterscheidet, werden die Merkmale in etablierten Verfahren neu erzeugt.

Für mehrfach mit ähnlicher Konfiguration zu absolvierende Netzmodellableitungen verspricht die Berücksichtigung eines bereits vorhandenen 3D-Netzmodells bedeutende Vorteile gegenüber der etablierten Verfahrensweise. Das Netzmodell enthält Merkmale, die auch in dem neu zu erzeugenden Netzmodell zu implementieren sind. Die Integration eines vorhandenen Netzmodells in die Netzmodellableitung zielt darauf ab, dessen Merkmale für das neue 3D-Netzmodell zu übernehmen und gezielt an das Primärmodell anzupassen. Die Herausforderung liegt in der Bereitstellung geeigneter Verfahren zur Anpassung des vorhandenen Netzmodells. Dabei besteht das Potential, die Datenmenge und Anzahl auszuführender Arbeitsschritte bei der Modelltransformation deutlich zu reduzieren und effiziente und stabile Netzmodellableitungen zu begünstigen.

2 Grundlagen und Zielstellung

In diesem Kapitel werden ausgewählte Verfahren zur Netzmodellableitung in der digitalen Produktentwicklung vorgestellt sowie die Integration von Objektgeometrie und von prozessspezifischen Informationen in den erzeugten Netzmodellen erläutert. (Kap. 2.1). Etablierte Verfahren der Netzmodellableitung werden im Kontext wiederkehrender Objektgestalt analysiert und Potentiale für einen effektiveren und stabileren Prozess abgeleitet (Kap. 2.2). Im Ergebnis wird die *Netzmodellableitung durch adaptive Deformation* initialer Netzmodelle als Zielstellung der vorliegenden Arbeit formuliert (Kap. 2.3) und gegenüber anderen Konzepten abgegrenzt (Kap. 2.4).

2.1 Netzmodellableitung in der digitalen Produktentwicklung

Viele Anwendungen in digitalen Produktentwicklungsprozessen erfordern Geometriemodelle in Form von dreidimensionalen Netzen (z. B. Simulationen). Um diesen Anwendungen ein Geometriemodell zugänglich zu machen, welches mit einer anderen Geometrierepräsentationsform beschrieben ist, wird ein 3D-Netzmodell abgeleitet. Für Netzmodellableitungen existieren in verschiedenen Anwendungsgebieten etablierte Verfahren, in denen Merkmale eines Primärmodells und Informationen aus einem Anwendungskontext verarbeitet werden. In dieser Arbeit sind dabei folgende Begriffsdefinitionen zu berücksichtigen:

Anwendungskontext:

Der Anwendungskontext ist ein Prozess, in den eine Netzmodellableitung integriert ist. Aus ihm werden Anforderungen und Parameter abgeleitet, die bei der Erzeugung eines 3D-Netzmodells zu berücksichtigen sind. Der Begriff wird in dieser Arbeit vereinfachend für die abgeleiteten Anforderungen und Parameter angewandt.

Primärmodell:

Als Primärmodell wird ein dreidimensionales Geometriemodell bezeichnet, welches als Eingangsgröße einer Netzmodellableitung angewandt wird.

Modellaufbereitung bei der 3D-Digitalisierung. Die 3D-Digitalisierung umfasst die dreidimensionale Erfassung von Geometrie und von Volumendaten physischer Objekte (z. B. technische Bauteile, Kunstobjekte oder biologische Strukturen) sowie die Erzeugung digitaler Modelle aus den Messdaten (Klassifizierung in Anhang A.1). 3D-Netzmodelle resultieren aus Verfahren, die eine dichte Abtastung der Objektoberfläche oder des -inneren durchführen. Die meiste Bedeutung für die Digitalisierung und Entwicklung von Bauteilen besitzen heute die auf Licht basierenden Messverfahren sowie die volumen-durchdringenden Verfahren Computertomografie (CT) und Magnetresonanztomografie (MRT). Auf Licht basierende Messverfahren liefern Punktwolken der Objektoberfläche, aus denen z. B. durch Delaunay-Triangulierung Dreiecksnetze berechnet werden (Details zum Berechnungsverfahren in [CDS13]). Messergebnisse der tomografischen Verfahren werden als Schichtbilder¹ ausgegeben. Aus den Schichtbilddaten werden mit Verfahren der Isoflächenberechnung Dreiecksnetze erzeugt (Erläuterungen zu Verfahrensbeispielen in [LC87], [BDS00], [DJG10]).

Die erzeugten Datensätze können Artefakte (z. B. Ausreißer, Löcher) u. a. infolge (lokal) ungünstiger Lichtverhältnisse, ungünstiger Sensorpositionen und -ausrichtungen oder Mehrfachreflektionen an Bauteilflächen aufweisen. Auch das Messrauschen ist abhängig von den Aufnahmebedingungen und beeinflusst die Glattheit der 3D-Netze. Um die Digitalisierungsdaten (Primärmodell) in Anwendungen der Konstruktion oder der Simulation verwenden zu können, werden sie nach der hardwarebasierten Geometrieerfassung in Computerprogrammen zur Manipulation von Polygondaten (z. B. *Geomagic Design X* [3DS17], *MeshLab* [CCC08]) gezielt verändert. Welche Bearbeitungsschritte mit welchen Parametern für ein Modell durchzuführen sind, hängt sowohl von der Qualität der erfassten Daten als auch vom Verwendungszweck des aufbereiteten Modells ab (Anwendungskontext). Der Aufwand zur Korrektur der Fehlstellen ist zudem abhängig von der Bauteilgestalt. Im Wesentlichen erfordern Artefakte an mehrfach verrundeten, sehr kleinen oder von der Digitalisierungshardware schlecht erreichbaren Strukturen aufwändige, manuelle Korrekturen zur Erzeugung eines bereinigten und geschlossenen Netzmodells. In Tab. 2.1 sind typische Bearbeitungsschritte bei der Aufbereitung von 3D-Digitalisierungsdaten zusammengefasst.

¹ auch als Schnittbilder bezeichnet. In der Regel nicht einzeln, sondern als Reihe vorhanden, die das Objekt dreidimensional geschnitten darstellen (Schnitt- oder Schichtbildstapel).

Tab. 2.1: 3D-Netzbearbeitung zur Aufbereitung von Digitalisierungsdaten

Datenbearbeitung	Ziel	Erläuterung
Entfernen von Scanpunkten	Fokussierung auf interessante Objektbereiche	Freischneiden des Scanobjektes von der Umgebung Fixierungselemente
	Datenreduktion	geringerer Speicherbedarf geringere Verarbeitungszeiten
Ersetzen von Objektbereichen	Beseitigen von Referenzelementen	Während des Scanprozesses verwendete künstliche Referenzen (Klebemarken, Kugeln) gehören in der Regel nicht zum Messobjekt selbst. Verdeckte Oberflächenbereiche des Messobjektes werden nachgebildet.
	Beseitigen von Löchern	Vereinzelte, kleine Objektbereiche, in denen keine Messdatenerfassung valide durchgeführt wurde, werden nachgebildet.
	Erhöhung der Netzqualität	Dreiecksnetze, deren Elemente annähernd gleichseitig sind oder geringe Abweichungen in der Anzahl der Nachbarelemente aufweisen, liefern bei einigen Algorithmen geeignetere Berechnungsergebnisse.
Schärfen	Scharfe Objektkanten	Scharfe Objektkanten sind in Scandaten meist nur unzureichend aufgelöst (abgerundet, ausgefranst) und sind daher algorithmisch zu erzeugen.
Glätten	Reduktion von Messrauschen	Verbesserung der Oberflächenqualität

Vorbereitung generativer Fertigungsverfahren. Objekte, die mit Verfahren der generativen Fertigung hergestellt werden, können Gitter- und Stützstrukturen aufweisen. Die Feingliederung der Bauteilstruktur stellt einen Konstruktionsansatz für den Formenleichtbau dar. Dabei werden geschlossene Elemente mit feingliedrigen Gittern substituiert oder ergänzt. Zusätzliche Elemente an den Bauteilen (Stützstruktur) sorgen für eine Verminderung von Verzug und für eine Ableitung der beim Fertigungsprozess entstehenden Wärme. Die Erzeugung der Gitter- und der Stützstrukturen erfolgt in Prozessen, in denen die äußere Objektgestalt bereits festgelegt ist (Primärmodell). Zur Generierung von Stützstrukturen im digitalen Modell sind in entsprechenden Computerprogrammen (*Materialise Magics* [Mag17], *PreForm* [Pre17]) die abzustützenden Flächen des Primärmodells zu definieren sowie Kennwerte zur Geometrie und zur Anordnung der Stützen (Abstand, Dicke, u. a.) festzulegen. Zur Erstellung von Gitterstrukturen sind die zu füllenden Volumen zu definieren, Gitterparameter (Gittertyp (Einheitszelle), Maße der Einheitszellen, u. a.) festzulegen sowie die erzeugten Gitter mit der Oberfläche des

Primärmodells zu verschneiden (Verfahrensdetails in [KLK17] und [Mag17]). Für den Fertigungsprozess wird ein Geometriemodell (z. B. 3D-Netzmodell) erzeugt, das sowohl Elemente des Primärmodells als auch die Gitter- bzw. die Stützstrukturen (Anwendungskontext) integriert und sich daher maßgeblich von der Gestalt des Primärmodells unterscheidet.

Vorbereitung von Simulationen. Für Simulationen (z. B. Finite-Elemente-Berechnung) wird aus einem Geometriemodell (Primärmodell) ein Finite-Elemente-Netz (FE-Netz) erzeugt. Das Geometriemodell wird über Direktschnittstellen oder über Austauschformate in Computerprogramme zur Simulationsvorbereitung (Preprozessoren) importiert und zu einem 3D-Netzmodell mit Randbedingungen für die Simulation (z. B. Bewegungsfreiheitsgrade von Netzknoten, Materialkennwerte) transformiert. Die Topologie des Netzmodells (Elementtypen, -größen, -anordnung, -form) bestimmt maßgeblich die Laufzeit zur Lösung des im Preprocessing aufgebauten Gleichungssystems sowie die Qualität der Berechnungsergebnisse [She02].

Tab. 2.2: Einfluss des Anwendungskontextes auf die 3D-Netzmodellerzeugung für Simulationen

Ziel	Erläuterung
kein einheitliches FE-Netz für ein Primärmodell	Belastungs- und Lagerbedingungen beeinflussen das physikalische Verhalten von Objekten. Unterschiedliche Randbedingungen erfordern daher verschiedene Vernetzungen des Primärmodells. Die Simulation von Objekten kann zudem verschiedene Analysen (z. B. statische oder dynamische Festigkeitsanalyse) umfassen, für die separate FE-Modelle zu erzeugen sind.
geeignete Netzauflösung	Das zu berechnende Objekt als möglichst detailreiches FE-Netz abzubilden, bedeutet nicht, bessere Simulationsergebnisse zu erhalten. Das FE-Netz sollte in maßgeblich am physikalischen Verhalten des Objektes beteiligten Bereichen ausreichend hoch aufgelöst sein, um reale Größen, wie Spannungen, Dehnungen, Geschwindigkeiten, korrekt zu ermitteln.
geeignete Elementtypen	Der Elementtyp und die darin definierten Übertragungsfunktionen beeinflussen das Verhalten des FE-Netzes in der Simulation. Die Auswahl geeigneter Elementtypen ist abhängig vom physikalischen Gesamtsystem.
Geometrieunterschiede zwischen FE-Netz und Primärmodell	Bei der Ableitung eines FEM-Berechnungsmodells aus einem Geometriemodell werden geometrische Veränderungen im Berechnungsmodell eingebracht (z. B. Modellvereinfachungen in irrelevanten Bereichen, Modellerweiterungen nicht im Geometriemodell vorhandener Elemente).

In Preprozessoren ist eine automatische Erzeugung der Geometrie und der Topologie des 3D-Netzmodells auf Basis der äußeren Gestalt des Primärmodells möglich. Die Netzauflösung wird abhängig von der Objektgestalt lokal variiert. Eine für die Simulation geeignete Netztopologie ist jedoch nicht vordergründig von der äußeren Gestalt, sondern von der physikalischen Problemstellung abhängig (z. B. zu erwartende Spannungen und Dehnungen in Abhängigkeit der Simulationsrandbedingungen). Deren Kenntnis obliegt dem Berechnungsingenieur. Die Berücksichtigung des Anwendungskontextes bei der FE-Modellerstellung ist daher maßgeblich vom Know-how des Berechnungsingenieurs abhängig. In Tab. 2.2 ist die Beeinflussung der Merkmale des FE-Netzes durch den Anwendungskontext an ausgewählten Beispielen verdeutlicht. Die Erzeugung eines 3D-Netzmodells, das allen Anforderungen des Anwendungskontextes entspricht, ist ein aufwendiger Prozess, der durch umfangreiche manuelle Arbeitsschritte geprägt ist. In [Kle15] wird diesbezüglich festgestellt, dass der Zeitaufwand der Simulationsvorbereitung in der gesamten Simulationsprozesskette am größten ist.

2.2 Prozesskette und Problemstellung

Bei der Erzeugung eines 3D-Netzmodells werden

- die Anzahl und die Positionen der Netzknoten (Geometrie),
- die Netzkonnektivität (Topologie) und
- anwendungsbezogene Daten (Technologieparameter)

des 3D-Netzmodells festgelegt. In etablierten Verfahren der Netzmodellableitung werden dazu objekt- und anwendungsbezogene Daten und Informationen aus einem Primärmodell und einem Anwendungskontext extrahiert und zu Merkmalen des 3D-Netzmodells transformiert. Diese Methodik wird in der vorliegenden Arbeit als *Netzmodellableitung durch Merkmalsgenerierung* bezeichnet und wie folgt definiert (Prozesskette in Abb. 2.1):

Netzmodellableitung durch Merkmalsgenerierung (kurz: Netzgenerierung):

Die Merkmale von 3D-Netzmodellen werden durch die Transformation von Daten und von Informationen eines Primärmodells und eines Anwendungskontextes erzeugt.

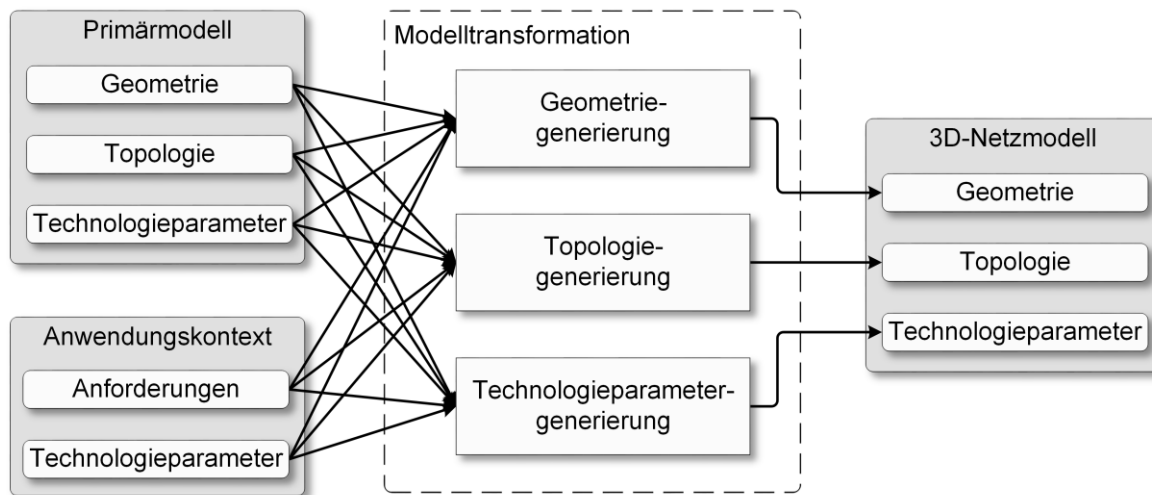


Abb. 2.1: Modelltransformation bei der *Netzgenerierung*

Die Ableitung eines Netzmerkmals kann durch verschiedene Daten und Informationen aus dem Primärmodell und dem Anwendungskontext beeinflusst sein. In gleicher Weise kann ein Merkmal des Primärmodells und des Anwendungskontextes mehrere Netzmerkmale beeinflussen. Dafür werden das Know-how unterschiedlicher Fachbereiche, die Anwendung verschiedener Computerprogramme sowie umfangreiche Arbeitsschritte benötigt.

Ein Defizit etablierter Verfahren besteht darin, dass keine Verknüpfung zwischen der Geometrie des 3D-Netzmodells (Netzknoten) und der Geometrie des Primärmodells erzeugt wird. Änderungen der Primärmodellgeometrie können nicht durch Aktualisierung der Positionen einzelner Netzknoten ins 3D-Netzmodell eingebracht werden, sondern erfordern die Neugenerierung der Netzmodellgeometrie. Gestaltänderungen von Primärmodellen bei unverändertem Anwendungskontext sind ein wesentliches Kennzeichen von Produktentwicklungsprozessen. Bei der Erzeugung dreidimensionaler Geometriemodelle handelt es sich mitunter nicht um vollständige Neuentwicklungen. Ändert sich die Gestalt eines Geometriemodells iterativ oder werden mehrere, ähnliche Geometriemodelle verarbeitet, unterscheidet sich deren Gestalt und deren Funktion nicht grundlegend gegenüber früher verarbeiteten Modellen (Beispiele in Tab. 2.3) [Sad14].

Tab. 2.3: Beispiele für Mehrfachverarbeitungen ähnlicher Modelle

Beispiel	Erläuterung
3D-Digitalisierung	Für die händische Bearbeitung physischer Objekte und anschließende Validierung mit digitalen Werkzeugen werden 3D-Digitalisierungssysteme zur Geometrieerfassung eingesetzt. Selbst bei kleinen Änderungen der physischen Objektgestalt bedeutet die Scandataaufbereitung in jeder Iterationsstufe einen konstanten Aufwand.
Additive Fertigung	Konstruktionsmodelle für die additive Fertigung werden mitunter durch nicht händisch modellierte Geometrien (z. B. Gitter-, Stützstrukturen) ergänzt. Auch kleine Änderungen der Konstruktion erfordern die Neubestimmung der Ergänzungsstrukturen im Fertigungsmodell.
Simulation	Bei der wechselseitigen Modellierung und Berechnung technischer Bauteile werden aus den Konstruktionsmodellen fortlaufend Berechnungsmodelle erzeugt. Selbst kleine Änderungen an der Objektgeometrie ziehen die Neudefinition des Berechnungsmodells (Vernetzung, Randbedingungen) nach sich.

Dies führt zu einer weiteren Problemstellung. Neben der Vielfalt zu verarbeitender Daten und Informationen sowie erforderlicher Transformationen ist die Integration der Anforderungen und der Technologieparameter aus dem Anwendungskontext in das zu erzeugende 3D-Netzmodell ein wesentlicher Aufwandsaspekt bei der *Netzgenerierung* (Beispiele in Tab. 2.4).

Technologieparameter:

Technologieparameter sind Daten, die für Anwendungen von 3D-Netzmodellen zusätzlich zu deren Geometrie und deren Topologie erforderlich sind.

Die Anforderungen und die Technologieparameter sind nicht im Primärmodell integriert. Die Verknüpfung mit den Merkmalen des Primärmodells wird bei der Netzmodellableitung hergestellt und im 3D-Netzmodell fixiert. Nach Änderungen des Primärmodells erfordert die *Netzgenerierung* die erneute Verknüpfung der Daten und der Informationen des Primärmodells und des Anwendungskontextes.

Tab. 2.4: Beispiele für Aufwandsaspekte bei der *Netzgenerierung*

Modell- transformation	Aufwandsaspekte
Geometrie- generierung	<p>Aus Anforderungen des Anwendungskontextes können geometrische Unterschiede zwischen dem Primär- und dem 3D-Netzmodell erforderlich sein. Die entsprechenden Modellierungen sind stets zusätzlich zur Geometrieerzeugung des Primärmodells durchzuführen (z. B. Gitterstrukturen bei der Vorbereitung generativer Fertigungsverfahren, Geometrieveränderung bei der Erzeugung von FE-Netzen aus Primärmodellen, digitale Wasserzeichen zur Eigentumskennzeichnung in 3D-Netzmodellen [WLD10]).</p> <p>Zur <i>Netzgenerierung</i> aus einem Primärmodell kann die Erzeugung weiterer Geometriemodelle erforderlich sein, die einen wesentlichen Anteil zur Bearbeitungszeit beitragen (z. B. Erzeugung von Simulationsmodellen aus 3D-Digitalisierungsdaten: In etablierten Verfahren werden bei der erforderlichen Flächenrückführung temporäre analytische Flächenmodelle erzeugt [SS12].).</p>
Topologie- generierung	<p>Die Erzeugung einer geeigneten Topologie des 3D-Netzmodells ist maßgeblich von Anforderungen des Anwendungskontextes abhängig. Zusammenhänge zwischen der Geometrie und der Topologie sind in Computeranwendungen häufig durch einen Anwender festzulegen (z. B. Vernetzung von Geometriemodellen für die Simulation).</p>
Technologie- parameter- generierung	<p>Die Erzeugung von Technologieparametern aus Anforderungen des Anwendungskontextes sowie die Definition, auf welche Objektbereiche sich die Technologieparameter beziehen, sind in Verfahren der Netzmodellableitung integriert (z. B. Fertigungsparameter bei der generativen Fertigung (z. B. Materialien, Temperaturen), Randbedingungen in FE-Modellen (z. B. Belastungen, Bewegungsfreiheitsgrade), Texturkoordinaten beim <i>texture-mapping</i>²).</p>

Aufgrund der unzureichenden Anpassbarkeit erzeugter 3D-Netzmodelle nach Änderungen der Primärmodellgeometrie kann die *Netzgenerierung* einen erheblichen Aufwand bedeuten. In der praktischen Durchführung können Anwender zwar Erfahrungen zu Handlungsweisen und zu Parametern aus vorherigen Netzmodellableitungen einbringen, alle zur Erzeugung des Netzmodells angewandten Daten und Informationen werden jedoch wiederholt transformiert.

² Beschreibt das Auftragen zweidimensionaler Texturen auf 3D-Netzmodelle. Den Netzknoten werden dabei Pixelkoordinaten der Textur zugeordnet.

2.3 Zielstellung und Konzept

Das Ziel der Arbeit besteht darin, dem Defizit der unzureichenden Anpassbarkeit eines erzeugten 3D-Netzmodells zu begegnen. Mit der Adaption eines erzeugten 3D-Netzmodells an ein verändertes Primärmodell und einen veränderten Anwendungskontext besteht das Potential, die zu transformierenden Daten und Informationen des Primärmodells und des Anwendungskontextes zu reduzieren und durch Zeitersparnis und durch Reduktion subjektiver Einflüsse einen effektiven und stabilen Prozess zu gewährleisten. Die Vorgehensweise wird im Rahmen dieser Arbeit als *Netzmodellableitung durch Merkmalsadaption* bezeichnet und wie folgt definiert (Abb. 2.2):

Netzmodellableitung durch Merkmalsadaption (kurz: Netzsadaption):

Bei der Netzmodellableitung durch Merkmalsadaption werden die Merkmale des 3D-Netzmodells auf Basis eines neuen Primärmodells und eines neuen Anwendungskontextes modifiziert.

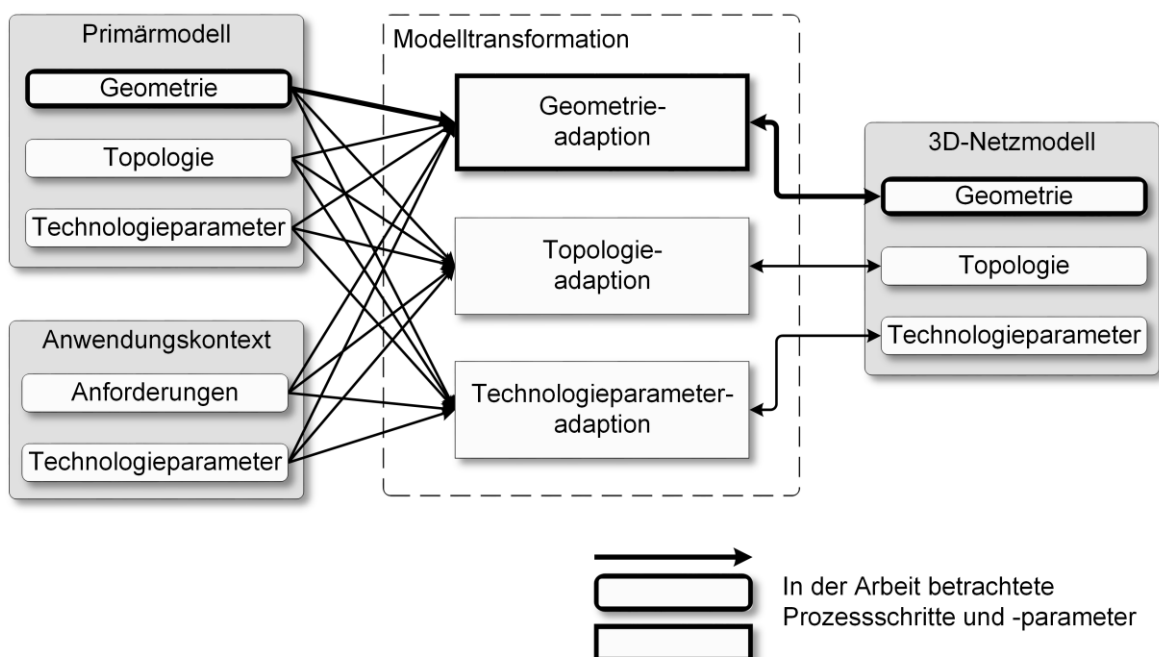


Abb. 2.2: Modelltransformation bei der Netzsadaption

Der Schwerpunkt der Arbeit liegt in der Geometrieadaptation. Die praktische Relevanz leitet sich daraus ab, dass die Topologie und die Technologieparameter von Netzmodellen maßgeblich nicht durch die Geometrie des Primärmodells, sondern durch den

Anwendungskontext (technologiespezifische Anforderungen und Daten) bestimmt werden (Vgl. Kap. 2.1, 2.2). In Szenarien, in denen ausschließlich die Geometrie der Primärmodelle variiert, finden sich die wesentlichen Veränderungen der 3D-Netzmodelle in deren Geometrie wieder.

Die Geometrie eines erzeugten 3D-Netzmodells soll an definierten Stellen an die Geometrie eines neuen Primärmodells angepasst werden. Die Modelltransformation soll unter Beibehaltung der Topologie und der Technologieparameter erfolgen. Das adaptierte Netzmodell soll folglich Geometriemerkmale sowohl des Primär- als auch des originalen Netzmodells enthalten und die Topologie und die Technologieparameter des originalen Netzes bewahren. Das Konzept wird als *Netzmodellableitung durch adaptive Deformation* bezeichnet und wie folgt definiert (Prozesskette in Abb. 2.3):

Netzmodellableitung durch adaptive Deformation (kurz: Netzdeformation):

Bei der Netzmodellableitung durch adaptive Deformation wird für ein Primärmodell ein 3D-Netzmodell durch Verformung eines initialen 3D-Netzmodells erzeugt. Das Primär- und das initiale 3D-Netzmodell werden auch als Eingangsmodelle bezeichnet.

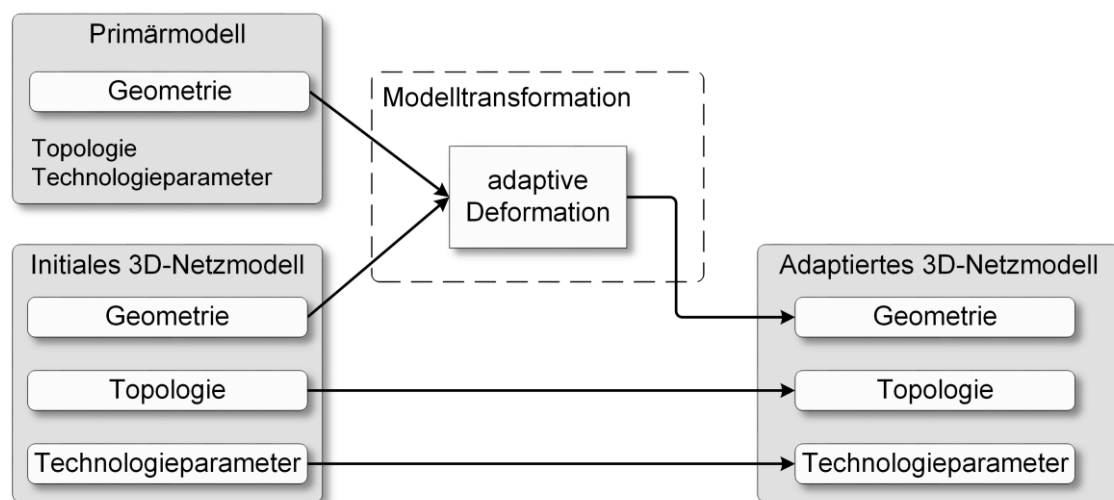


Abb. 2.3: Modelltransformation bei der *Netzdeformation*

Im Konzept sind zwei Aspekte besonders wichtig:

- 1) Die Geometrieadaption wird durch Deformation realisiert. Dabei werden die Positionen der Netzknoten (3D-Koordinaten) unter Beibehaltung der Topologie und der Technologieparameter verändert.

- 2) Das Primärmodell und das zu adaptierende, initiale 3D-Netzmodell werden als voneinander unabhängig betrachtet. Für die Geometrieadaptation werden keine Verknüpfungen zwischen den Merkmalen beider Modelle vorausgesetzt. Das initiale 3D-Netzmodell kann unabhängig vom aktuellen Primärmodell entstanden sein (z. B. aus einem anderen Konstruktionsmodell oder aus 3D-Digitalisierungsdaten eines anderen physischen Objektes).

Der Anwendungskontext bleibt bei der *Netzdeformation* unberücksichtigt. Für die Zweckmäßigkeit der *Netzdeformation* unter praktischen Aspekten wird vorausgesetzt, dass der Anwendungskontext bei der Erzeugung des initialen Netzmodells identisch mit dem aktuellen Anwendungskontext ist. Alle Anforderungen und alle Technologieparameter sind im initialen Netzmodell fixiert und müssen nicht erneut transformiert werden. Es wird weiterhin vorausgesetzt, dass das Primär- und das initiale Netzmodell geometrisch ähnlich sind und Bereiche beider Modelloberflächen aufgrund bestimmter Merkmale als korrespondierend definiert werden können.

In Kap. 3 werden zur Umsetzung des Konzeptes Anforderungen definiert und ein Verfahrensmodell entwickelt. Zur Abbildung gegebener Geometriedaten sowie innerhalb der Prozesskette erzeugter Daten werden geeignete Datenstrukturen definiert.

Die vorliegende Arbeit fokussiert zum einen auf die Gestaltanalyse von Geometriemodellen und den Vergleich von Gestaltmerkmalen des Primär- und des initialen Netzmodells. Es wird eine Methodik entwickelt, für die *Netzdeformation* geeignete Gestaltmerkmale von 3D-Netzmodellen zu definieren (Kap. 4).

Gestaltmerkmale:

Gestaltmerkmale charakterisieren die äußere Form eines Objektes zusätzlich zur Geometrie der Oberfläche. Sie sind bezüglich der Repräsentationsform des Geometrie-modells invariant.

Die Arbeit fokussiert zum anderen auf Systematiken zur Verformung von 3D-Netzmodellen und wie diese für die *Netzdeformation* angewandt werden können. Es wird eine Methodik entwickelt, unter Anwendung definierter Gestaltmerkmale Korrespondenzen zwischen den Eingangsmodellen zu bestimmen und geeignete Netzmodellverformungen zu berechnen (Kap. 5).

In Kap. 6 wird die *Netzdeformation* anhand von Beispielen vorgestellt. Dabei werden die Zeitersparnis im Vergleich zur *Netzgenerierung* sowie einige Anwendungsaspekte diskutiert. Eine Zusammenfassung aller Untersuchungen wird in Kap. 7 gegeben.

2.4 Abgrenzung zu weiteren Konzepten

Die Deformation von Netzmodellen wird in verschiedenen Bereichen der digitalen Geometrieverarbeitung angewandt. Die Konstruktion virtueller Objekte in Form von Polygonnetzen wird als Polygonmodellierung bezeichnet. Die in entsprechenden Computerprogrammen (z. B. *Blender* [Ble17]) verfügbaren Werkzeuge unterscheiden sich stark von denen Spline-basierter CAD-Programme. Die Erzeugung freigeformter Geometrien ist mitunter mit weniger Konstruktionsschritten möglich. Eine typische Funktionalität zur Gestaltung ist die Verformung von Objektoberflächen durch Translation und durch Rotation ausgewählter Netzknoten (engl. *sculpting*, Beispiel in [NIS07]). Bei der Simulation des statischen und des dynamischen Verhaltens von technischen Objekten oder Medien unter definierten Randbedingungen werden Verformungen von Netzmodellen berechnet und zweckmäßig analysiert (z. B. Schwingungsverhalten, mechanische Beanspruchung). Im Bereich der Computeranimation werden vor allem zur Realisierung von Bewegungen von Individuen Algorithmen zur Deformation zwei- und dreidimensionaler Polygonnetze angewandt (Beispiele in [SZG10], [GXY15]). Bei diesen Anwendungen werden im Vergleich zur Knotenanzahl des gesamten Netzes nur für wenige Netzknoten Zielkoordinaten definiert. In der Praxis ist der Anwender entweder am Wert der durch einen Deformationsalgorithmus berechneten Verschiebung der übrigen Knoten interessiert (Simulation) oder erwartet, dass die Verschiebung zweckmäßig berechnet wird (Modellierung, Animation). Die Ermittlung von (vielen) Korrespondenzen zwischen Modellen mit dem Ziel der Angleichung der Modelloberflächen ist dabei nicht erforderlich.

Der Prozess, die Geometrie digitaler Modelle durch Deformation aneinander anzugleichen, wird nicht-rigide Registrierung genannt. Es existiert eine Vielzahl wissenschaftlicher Arbeiten, in denen verschiedene Algorithmen zur Korrespondenzerzeugung zwischen den Modellen und zur Deformation präsentiert werden. Als Anwendungsbeispiele werden die 3D-Digitalisierung sich bewegender Objekte ([Li10], [SMA14]) oder die animierte Überführung einer Objektform in eine andere (engl. *morphing*, [SK04]) thematisiert. Bei den Netzmodellen handelt es sich um Dreiecksnetze, die aus dem Digitalisierungsprozess mit oberflächenerfassender Scantechnik resultieren bzw. der Standard zur 3D-Visualisierung sind. Allgemeine Polygon- oder Volumennetze werden nicht behandelt. In [KKK14] wird ein Verfahren zur Deformation initialer Finite-Elemente-Modelle zur Berücksichtigung von Fertigungsungenauigkeiten physischer Bauteile in Simulationsrechnungen vorgeschlagen. Dabei werden weder Gestaltmerkmale noch gleichmäßige Verformungen benachbarter Netzelemente berücksichtigt.

Am Markt befindliche Computerprogramme wie *ANSA* (Fa. *BETA CAE Systems* [ANS17]) und *HyperWorks* (Fa. *Altair* [Hyp17]) bieten zur Designanpassung von Finite-Elemente-Modellen Methoden zur Verschiebung von Netzknoten an die Geometrie analytischer Modelle an. Modellkanten können infolge der Flächentopologie der CAD-Modelle als Gestaltmerkmale berücksichtigt werden. Eine Berechnung von Gestaltmerkmalen für FEM-Modelle, für die kein referenziertes CAD-Modell zu Verfügung steht (da sie z. B. aus anderen Computerprogrammen importiert wurden) ist nicht möglich.

In der Reverse-Engineering-Software *Geomagic Studio* können flächenhafte Gitter (Vorstufe der NURBS-Flächen im Flächenrückführungsprozess) von bereits bearbeiteten Modellen auf die Oberfläche neuer, ähnlicher Modelle projiziert werden (Anwendungsbeispiel in [Sch10]). Dabei werden keine Gestaltmerkmale berücksichtigt. Bei vergleichsweise großen Formunterschieden in Bezug auf die Modellgröße entstehen dadurch ungenaue Adaptionen der Modelloberflächen. Zudem besteht in der Software keine Möglichkeit, die Funktionalität für extern erstellte und importierte Polygonnetze anzuwenden.

3 Netzmodellableitung durch adaptive Deformation

Von den Betrachtungen der vorherigen Kapitel ausgehend wird im Folgenden ein Verfahrensmodell zur *Netzdeformation* entwickelt. Dazu werden Anforderungen an die zu verarbeitenden Geometriemodelle, an gestaltcharakterisierende Eigenschaften sowie an die Transformation vom initialen zum adaptierten Netzmodell spezifiziert (Kap. 3.1). Die *Netzdeformation* wird daraus ableitend als Vier-Phasen-Modell definiert, welches

- die Erzeugung erforderlicher Geometriedaten,
- die Erzeugung von Gestaltmerkmalen,
- die Transformation der Geometrie des initialen 3D-Netzmodells und
- die Validierung des adaptierten 3D-Netzmodells

beinhaltet (Kap. 3.2). Dazu werden grundlegende Herangehensweisen und Verfahren erläutert (Kap. 3.3), sowie geeignete Datenstrukturen zur Repräsentation zu verarbeitender Parameter abgeleitet (Kap. 3.4).

3.1 Anforderungen

3.1.1 Geometrierepräsentationsformen von Primärmodellen

Um rechnergestützt mit dreidimensionaler Geometrie - sei es die Abbildung der materiellen Welt oder die unserer Vorstellung - arbeiten zu können, bedarf es einer digitalen Repräsentation der Objektgestalt. Sowohl die verschiedenartige Beschaffenheit von Objekten (z. B. Aggregatzustand, Oberfläche, Verformbarkeit) als auch die vielfältigen Anwendungsfelder digitaler Geometrie (z. B. Modellierung, Simulation, Visualisierung) haben in den vergangenen Jahrzehnten verschiedene Repräsentationsformen zur rechnergestützten Geometrieabbildung entstehen lassen. Eine Klassifizierung

dreidimensionaler Geometriemodelle nach der Dimension der erzeugenden Grundelemente ist in Abb. 3.1 in Anlehnung an [Gr89] und [Kr92] gegeben. Die Repräsentationsformen unterscheiden sich - begründet in ihrem Aufbau - auch hinsichtlich der Genauigkeit und Effektivität, Geometrie abzubilden und mathematische Operationen auszuführen. Welche Repräsentation eingesetzt wird, hängt direkt von den Anforderungen der Anwendung ab. In vielen geometrieverarbeitenden Computerprogrammen werden mehrere Geometriemodelle unterstützt und - für den Anwender mehr oder weniger sichtbar - während der Arbeit parallel verwendet. Zur intensiven Recherche der Anwendungsfelder, der Datenstrukturen und der Mathematik von Geometriemodellen wird auf die zahlreich verfügbare Literatur, insbesondere auf [Gr89], [BB03], [VWB09] und [ERZ14] verwiesen.

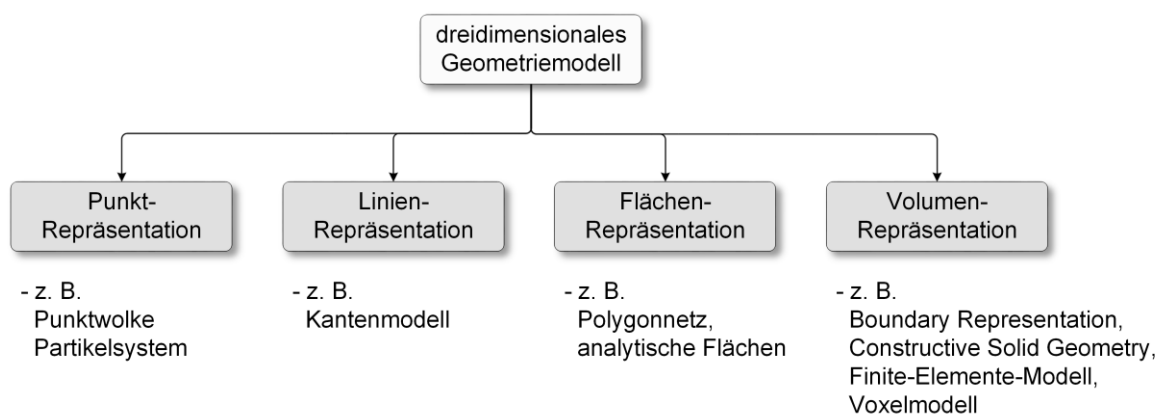


Abb. 3.1: Repräsentationsformen dreidimensionaler Geometriemodelle

Aus der Vielfalt an Anwendungsgebieten von Netzmodellableitungen resultiert, dass Primärmodelle prinzipiell mit jeder 3D-Geometrierepräsentationsform beschrieben sein können. Dies ist sowohl bei den Algorithmen zur Gestaltanalyse als auch bei den erforderlichen Datenstrukturen zu berücksichtigen. Einschränkend ist zu erwähnen, dass die Linien-Repräsentation in der Produktentwicklung als Repräsentationsform von Primärmodellen keine maßgebliche Bedeutung besitzt und in den weiterführenden Betrachtungen unberücksichtigt bleibt.

3.1.2 Topologie dreidimensionaler Netzmodelle

Netzmodelle besitzen abhängig vom Entstehungsprozess oder vom Verwendungszweck verschiedene Topologien. Polygonnetze sind Flächenabbildungen im dreidimensionalen Raum und stellen die diskrete Version glatter Fläche dar. Die Diskretisierung ist sowohl durch geometrische als auch durch topologische Merkmale charakterisiert. Die Topologie

ist durch eine Menge von Punkten³ \mathcal{P} , von geraden Kanten \mathcal{K} und von planaren Flächenstücken⁴ \mathcal{F} definiert und beschreibt die Konnektivität des Netzes.

$$\mathcal{P} = \{p_1, \dots, p_{N_{\mathcal{P}}}\},$$

$$\mathcal{K} = \{k_1, \dots, k_{N_{\mathcal{K}}}\}$$

$$\mathcal{F} = \{f_1, \dots, f_{N_{\mathcal{F}}}\}$$

Die Geometrie wird durch eine Menge von Positionen

$$\mathcal{X} = \{x_1, \dots, x_{N_{\mathcal{P}}}\} = \{x_i\} \quad \text{mit} \quad x_i = (x_i \ y_i \ z_i)^T \in \mathbb{R}^3$$

ausgedrückt, aus der jedem Punkt eine Lage im Raum zugeordnet ist.

Einige elementare Algorithmen der Geometrieverarbeitung von Polygonnetzen basieren ausschließlich auf den topologischen Eigenschaften. Das Netz wird dabei als Graph

$$\mathcal{M} = \{\mathcal{P}, \mathcal{K}, \mathcal{F}\}$$

interpretiert (Abb. 3.2). In validen Polygonnetzen ist keine der topologischen Komponenten isoliert von den anderen. Jeder Punkt ist Bestandteil mehrerer Kanten, jede Kante ist zu mindestens einem Flächenstück gehörig und jedes Flächenstück grenzt mindestens entlang einer Kante an ein anderes Flächenstück.

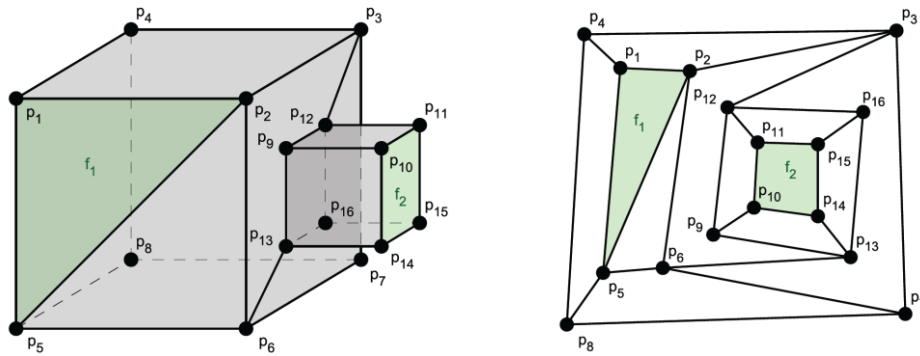


Abb. 3.2: Polygonnetz und zugehöriger Graph (ausgewählte Flächenstücke grün)

In der Praxis werden in technischen Disziplinen vorrangig Dreiecks- und Vierecksnetze eingesetzt. Netze mit Polygonen mit höherer Eckenzahl sind z. B. bei Voronoi-Diagrammen⁵ relevant. Umfangreiche Betrachtungen theoretischer Grundlagen und praktischer Anwendungen von Polygonnetzen werden u. a. in [BB03], [BCK08] und [BKP10] behandelt.

³ in der Literatur und in dieser Arbeit auch als „Knoten“ bezeichnet

⁴ in der Literatur und in dieser Arbeit auch als „Elemente“ bezeichnet

⁵ Zerlegung des Raumes in Regionen (mathematische Grundlagen z. B. in [Aur91])

Im Gegensatz zu Polygonnetzen ist bei Volumennetzen nicht nur die Objektoberfläche, sondern auch das Objektinnere diskretisiert. Die Topologie ist neben Punkten, Kanten und Flächenstücken zusätzlich durch eine Menge Zellen⁶ definiert:

$$\mathcal{Z} = \{z_1, \dots, z_{N_Z}\}.$$

Topologie dreidimensionaler Netze:

Die Konnektivität aller Komponenten valider dreidimensionaler Netze (Punkte, Kanten, Flächenstücke, Zellen) wird als Topologie bezeichnet. Sie ist gegenüber Verformungen des Netzes invariant.

Die Interpretation der Netzstruktur als Graph bleibt, dem Polygonnetz entsprechend, bestehen und erweitert sich um die Menge der Zellen:

$$\mathcal{M} = \{\mathcal{P}, \mathcal{K}, \mathcal{F}, \mathcal{Z}\}.$$

Bei Graphen von Volumennetzen handelt es sich im Gegensatz zu Graphen von Polygonnetzen um nicht-planare Graphen, da nicht alle Kanten frei von Schnittpunkten gezeichnet werden können (Abb. 3.3).

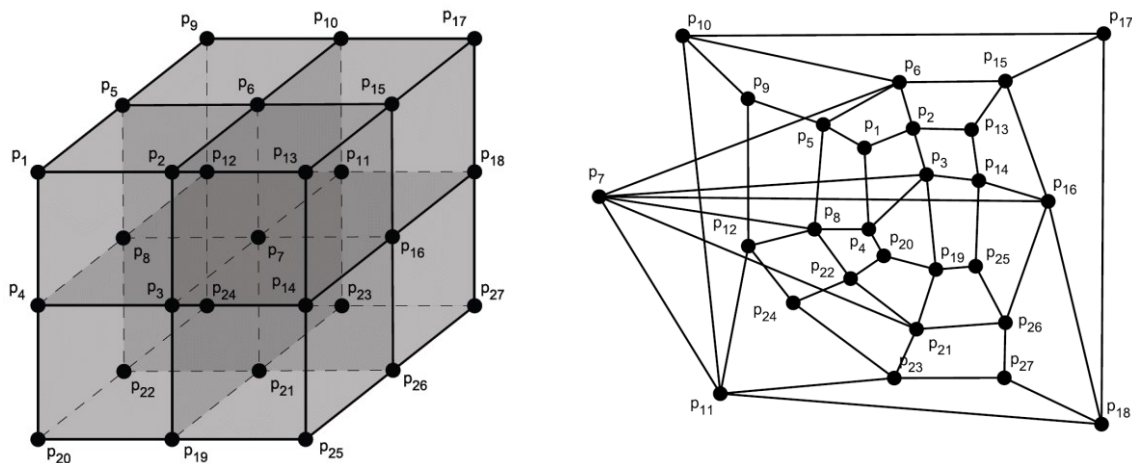


Abb. 3.3: Strukturiertes Volumennetz (Hexaederzellen) und zugehöriger Graph

Zellen sind derart durch Flächenstücke berandet, dass sie keine anderen Flächenstücke, Kanten oder Punkte beinhalten. Ein valides Netz liegt vor, wenn, ergänzend zu den Ausführungen valider Polygonnetze, jede Zelle entlang mindestens eines Flächenstücks an eine andere Zelle grenzt.

⁶ in der Literatur und in dieser Arbeit auch als „Elemente“ bezeichnet (ob der Begriff Flächenstücke von Polygonnetzen oder Zellen von Volumennetzen beschreibt ist aus dem Kontext ersichtlich)

Praktische Anwendung haben Volumenvernetzungen u. a. in Finite-Elemente-Simulationen (v. a. Tetraeder-, Hexaedernetze, [VWB09], [Kle15]), Strömungssimulationen (neben Tetraeder- und Hexaederelementen auch Zellen mit mehr Seitenflächen üblich, [PF05], [GKB13]) oder als Füllgeometrie für Bauteile der additiven Fertigung ([HVV15], [RAM16]).

Flächen- und Volumennetze sind innerhalb der *Netzdeformation* sowohl bei Algorithmen zur Gestaltanalyse und zur Verformung als auch bei den erforderlichen Datenstrukturen mit jeweils verschiedenen Elementtypen zu berücksichtigen.

3.1.3 Abbildung gestaltbezogener Objektmerkmale

Für die *Netzdeformation* werden Eingangsmodelle vorausgesetzt, die Objekte ähnlicher Gestalt repräsentieren. Die Geometrie der Objekte kann dabei stark voneinander abweichen (z. B. Knochen verschiedener Individuen oder Varianten eines technischen Objektes). In Vergleichsmethoden von 3D-Modellen, welche ausschließlich auf Positionsangaben von Punkten der Modelloberflächen basieren, wird deren Gestalt nicht berücksichtigt. Die Identifizierung ähnlich gestalteter Objekte oder Bereiche zweier Objekte wird dadurch erschwert. Mit der Integration von Gestaltmerkmalen besteht das Potential, die Robustheit der Vergleichsmethoden gegenüber Geometrieabweichungen zu verbessern.

Die in Prozessen der digitalen Produktentwicklung angewandten Geometrierepräsentationen enthalten bis auf Positions- oder Größenangaben ihrer elementaren Komponenten (z. B. Punkte in einer Punktwolke, parametrische Flächen in einer *Boundary Representation*) keine weiteren Gestaltinformationen. Abb. 3.4 zeigt dazu das Beispiel eines Würfels mit einer Bohrung in unterschiedlichen Repräsentationsformen. Gestaltmerkmale, wie die zwölf geraden Würfelkanten oder die zwei kreisförmigen Bohrungskanten, sind in den Repräsentationsformen nicht explizit enthalten. Die Objekte können nicht unmittelbar hinsichtlich dieser Merkmale miteinander verglichen werden.

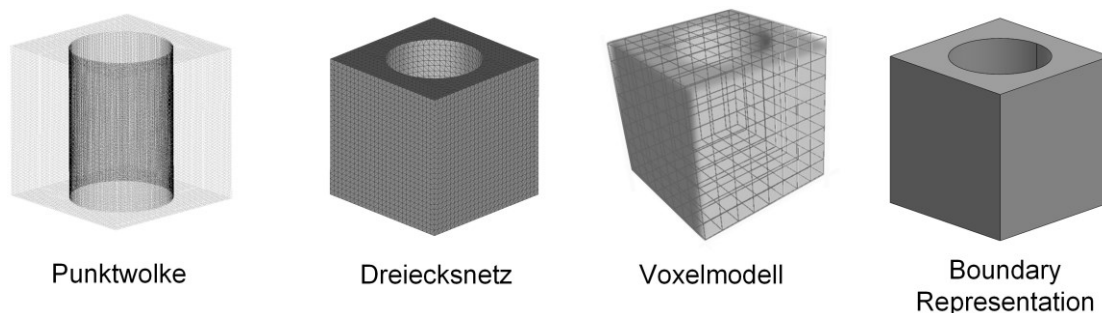


Abb. 3.4: Beispielobjekt in verschiedenen Geometrierepräsentationen

Um den im initialen Netzmodell definierten Zusammenhang zwischen der Geometrie des repräsentierten Objektes und der Topologie des 3D-Netzes auf ähnliche Objekte zu übertragen (z. B. kleine Netzelemente an stark gekrümmten Objektbereichen), besteht bei der *Netzdeformation* die Anforderung, bedeutungsgleiche Punkte beider Modelloberflächen zu detektieren und aufeinander zu verformen. Unter Bedeutungsgleichheit wird in diesem Zusammenhang die Bewertung verstanden, dass zwei Punkte gleiche oder ähnliche Eigenschaften bezüglich definierter, geometriebezogener Kriterien besitzen (z. B. Krümmung der Oberfläche).

3.1.4 Deformationsrandbedingungen

Mit der *Netzdeformation* soll an definierten Stellen eine Überdeckung des initialen Netzmodells mit der Oberfläche des Primärmodells erzielt werden. Dafür sind für die Knoten des initialen Netzmodells korrespondierende Positionen auf der Oberfläche des Primärmodells zu bestimmen.

Im initialen Netzmodell können Bereiche vorhanden sein, für die keine korrespondierenden Positionen auf der Primärmodelloberfläche bestimmt werden sollen. Dies betrifft Gebiete, für die keine geeignete Korrespondenz im Primärmodell existiert (z. B. Gitter- oder Stützstrukturen oder aufgrund von Oberflächenartefakten im Primärmodell, wie Löcher oder Messrauschen in Digitalisierungsdaten). Bei der Verformung des initialen Netzmodells ist sicherzustellen, dass an den Grenzen von Bereichen mit und ohne Korrespondenzen keine Kanten in der Modelloberfläche oder übermäßige Verzerrungen der Netzelemente entstehen. Es sind Strategien zu entwickeln, mit denen bei der *Netzdeformation* die Gestalt des initialen Netzmodells lokal bestmöglich erhalten bleibt.

Generell ist bei der Deformation sicherzustellen, dass die Form und die Größenverhältnisse der Elemente des initialen Netzmodells auch im adaptierten Netzmodell bestmöglich erhalten bleiben. Es sind Strategien zu entwickeln, mit der Verschiebung von Netzknoten benachbarte Netzelemente gleichmäßig zu verzerren.

Das Ergebnis der *Netzdeformation* ist das adaptierte 3D-Netzmodell. Es sind Strategien zu entwickeln, um

- die Deckungsgleichheit mit der Primärmodelloberfläche sowie
- die Beibehaltung der Form und der Größenverhältnisse der Netzelemente

bewerten zu können.

3.2 Verfahrensmodell

Aus den Anforderungen lässt sich ein allgemeingültiger Ablauf zur *Netzdeformation* initialer 3D-Netzmodelle ableiten (Abb. 3.5).

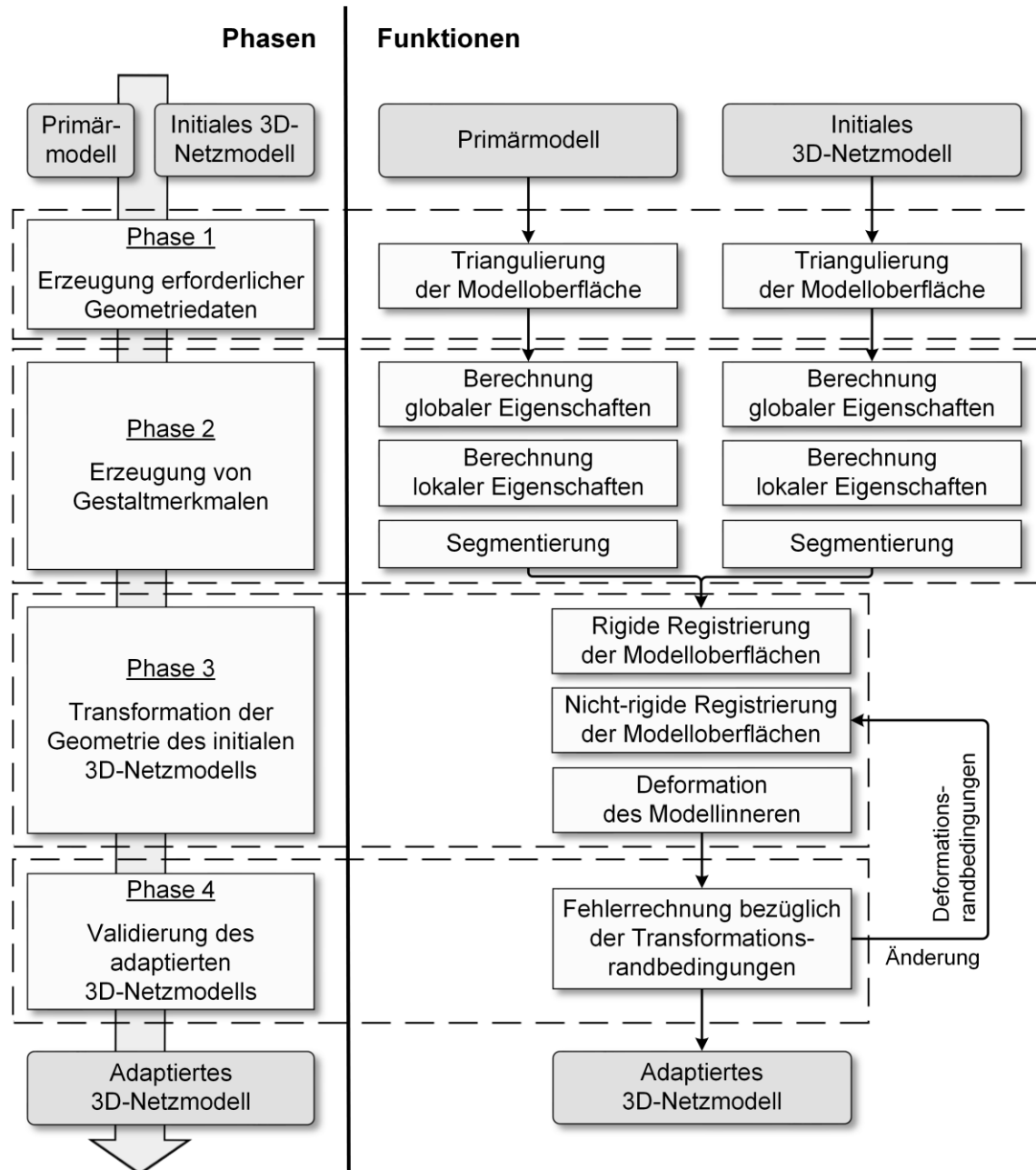


Abb. 3.5: Verfahrensmodell der *Netzdeformation*

Für die *Netzdeformation* können im Wesentlichen vier Phasen identifiziert werden:

- Erzeugung erforderlicher Geometriedaten (Phase 1)
- Erzeugung von Gestaltmerkmalen (Phase 2)
- Transformation der Geometrie des initialen 3D-Netzmodells (Phase 3)
- Validierung des adaptierten 3D-Netzmodells (Phase 4)

Die Erzeugung erforderlicher Geometriedaten (Phase 1, Kap. 3.3.1) umfasst die Ausleitung der Objektgeometrie aus den Eingangsmodellen (Primär- und initiales 3D-Netzmodell) sowie die Umwandlung in Geometrirepräsentationen, die mit den anzuwendenden Verfahren der Gestaltanalyse und -manipulation kompatibel sind. Entsprechende Algorithmen operieren auf Dreiecksnetzen, die die Modelloberfläche repräsentieren. Sie sind durch Konvertierungsprozesse aus den Geometrirepräsentationsformen der Eingangsmodelle zu erzeugen.

Anhand der erzeugten Dreiecksnetze werden Verfahren zur Analyse der Objektgestalt angewandt und Gestaltmerkmale der Eingangsmodelle abgeleitet (Phase 2, Kap. 3.3.2). Die Gestaltmerkmale werden im weiteren Verfahrensablauf angewandt,

- um die Machbarkeit der *Netzdeformation* für die gegebenen Eingangsmodelle zu ermitteln (globale Eigenschaften),
- um geeignete Punktkorrespondenzen zwischen den Eingangsmodellen zu erzeugen (lokale Eigenschaften, Segmentierung) und
- um während der Deformation die Geometrie des initialen Netzmodells an definierten Stellen bestmöglich zu erhalten (lokale Eigenschaften, Segmentierung).

In Phase 3 (Kap. 3.3.3) werden die Randbedingungen zur Netztransformation definiert und die Transformation des initialen Netzmodells berechnet. Für die in individuellen Koordinatensystemen definierten Geometriemodelle wird dazu eine geeignete Transformation der 3D-Daten in ein einheitliches Koordinatensystem berechnet (rigide Registrierung). Um an definierten Stellen Deckungsgleichheit zwischen den Eingangsmodellen zu erzielen, geht die Registrierung mit der Verformung des initialen Netzmodells einher (nicht-rigide Registrierung). Für beide Registrierungstechniken werden zwischen den Modellen Punktpaare definiert, die korrespondierende Stellen beider Modelloberflächen repräsentieren (Oberflächenregistrierung). Die Oberflächenregistrierung ist ein iterativer Prozess, bei dem sich die Bestimmung von Punktkorrespondenzen und Modelltransformation mehrfach hintereinander abwechseln. Um die zu transformierende Datenmenge zu reduzieren, werden die inneren Knoten von Volumennetzen nicht

berücksichtigt. Nach abgeschlossener Registrierung der Oberflächennetze erfolgt die finale Transformation innerer Knoten.

Die Deformation des initialen Netzmodells ist als Optimierungsproblem definiert, bei dem die Koordinaten der Knotenpunkte unter Berücksichtigung verschiedener Randbedingungen (Punktkorrespondenzen u. a.) berechnet werden. Mit dem Ergebnis einer Optimierungsrechnung werden die Randbedingungen im Allgemeinen nicht exakt, sondern lediglich näherungsweise erfüllt. Das transformierte Netzmodell ist daher hinsichtlich der Einhaltung der Randbedingungen zu bewerten (Phase 4, Kap. 3.3.4). Zur Finalisierung des Prozesses werden die geänderten Geometriedaten mit den übrigen Modelldaten des initialen Netzmodells in einem neuen, adaptierten Netzmodell zusammengeführt (Vgl. Abb. 2.3).

3.3 Methoden innerhalb der Verfahrensphasen

3.3.1 Erzeugung erforderlicher Geometriedaten

Die Merkmale des Primär- und des initialen Netzmodells umfassen die Geometrie, die Topologie und die Technologieparameter. Da für das in Kap. 3.2 definierte Verfahrensmodell der *Netzdeformation* ausschließlich die Geometrie relevant ist, ist diese aus den Modelldaten zu extrahieren. In geometrieverarbeitenden Computeranwendungen sind dazu Programmierschnittstellen (API, engl. *application programming interfaces*) für den Zugriff auf die Modellgeometrie oder Exportfunktionen für die Ausleitung der Modellgeometrie mit offenen oder proprietären Geometriedatenformaten vorhanden.

Zur Angleichung der äußeren Form des initialen Netzmodells an die des Primärmodells ist vom Primärmodell ausschließlich die Geometrie der Modelloberfläche von Interesse. Diese ist in einem Geometriedatenformat abzubilden, welches mit Algorithmen im weiteren Verfahrensablauf kompatibel ist. Dreiecksnetze bieten diesbezüglich die meisten Vorteile,

- da deren Kompatibilität zu anderen Geometrierepräsentationsformen infolge stabiler und effektiver Konvertierungsverfahren sehr groß ist und
- da infolge der vergleichsweise einfachen mathematischen Struktur und der effektiven Anwendbarkeit einer Vielzahl mathematischer Operationen viele Algorithmen zur Geometrieanalyse und -manipulation existieren.

Für das Primärmodell ist daher eine Triangulierung der Modelloberfläche durchzuführen. Dafür existieren, der ursprünglichen Repräsentationsform entsprechend, verschiedene Verfahren, von denen im Folgenden einige exemplarisch kurz aufgeführt werden.

Aus Punktwolken werden mit Triangulationsalgorithmen Dreiecksnetze erzeugt ([BE92], [Wil02], [CDS13]). Aus parametrischen Flächen werden durch Abtastung und durch anschließende Tessellierung polygonbeschriebene Flächen erzeugt ([KS95], [BSJ02], [LWT12]). Aus Volumenrepräsentationen wird die Oberfläche mit Verfahren der Isoflächenberechnung extrahiert ([LC87], [BDS00], [DJG10]). Bei Volumenvernetzungen können die oberflächenbeschreibenden Polygone extrahiert werden, indem alle Flächenstücke, die nur zu einer Zelle zugehörig sind, identifiziert werden. Dieser Schritt ist zudem für das initiale Netzmodell durchzuführen, falls es sich dabei um ein Volumennetz handelt. Zur Konvertierung von Polygonnetzen mit beliebigen Elementtypen zu Dreiecksnetzen existieren Verfahren, in denen Polygone sowohl mit als auch ohne Hinzufügen oder Entfernen von Netzpunkten in Dreiecke zerlegt werden ([BKP10], [ZJC13]). Für detaillierte Betrachtungen wird auf die angegebene Literatur verwiesen, in der die grundlegende Algorithmik der Verfahren sowie von Spezialformen thematisiert werden.

Den Vorteilen stehen im Wesentlichen zwei Nachteile gegenüber:

- Durch die Umwandlung der Geometrirepräsentationsform können Abweichungen in der Geometrie zwischen der originalen und der konvertierten Modelloberfläche auftreten (Konvertierungsfehler).
- Die Reduzierung des Konvertierungsfehlers geht üblicherweise mit einer feineren Netzauflösung einher. Diese hat wiederum einen Anstieg der Datenmenge zur Folge.

Beide Nachteile sind jedoch gut kontrollierbar. Zum einen können durch geeignete Konvertierungsparameter die Abweichungen zwischen der originalen und der konvertierten Modelloberfläche in definierten Grenzen gehalten werden. Zum anderen sind mit geeigneten Datenstrukturen verschiedene Kompromisse zwischen zu speichernder Datenmenge, Rechenaufwand zum Abrufen von Netzcharakteristiken und weiteren Kriterien realisierbar. Die Entwicklung einer für die *Netzdeformation* geeigneten 3D-Netzdatenstruktur ist Gegenstand von Kap. 3.4.

3.3.2 Erzeugung von Gestaltmerkmalen

3.3.2.1 Globale Eigenschaften von Geometriemodellen

Globale Eigenschaften sind Maße, die die Gestalt eines Geometriemodells abstrahiert charakterisieren. Dabei werden Details der Geometrie abhängig vom Abstraktionsgrad weniger stark abgebildet. Beispiele globaler Eigenschaften sind skalare Größen, wie das Volumen geschlossener Körper oder der Flächeninhalt von Modelloberflächen, oder mehrdimensionale Kennwerte, wie die Spektralanalyse des LBO (Verfahrensdetails in [RWP06]). Sie eignen sich als Kriterium zur groben Bewertung der Ähnlichkeit von Geometriemodellen (Beispiel in Abb. 3.6). Für detaillierte Betrachtungen wird auf die Forschungsarbeiten in [RWP06], in [TLP14] und in [XDZ17] verwiesen. Darin werden Berechnungsmethoden für geeignete Kennwerte zur Beschreibung der Gestalt und zur Differenzierung von Geometriemodellen untersucht.

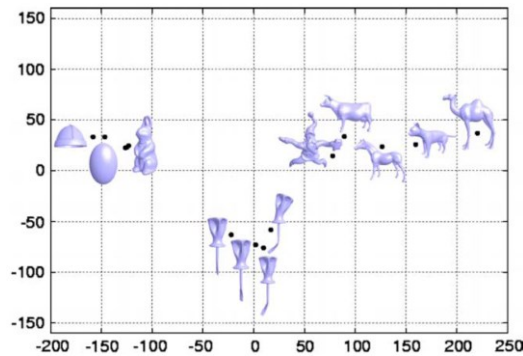


Abb. 3.6: Beispiel der Kategorisierung dreidimensionaler Geometriemodelle anhand mehrdimensionaler, gestaltbezogener Kennwerte (aus [RWP06])

3.3.2.2 Differentielle Eigenschaften von Flächen

Gestaltmerkmale können aus Eigenschaften, die die Form eines Objektes in der Umgebung einzelner Punkte charakterisieren, abgeleitet werden. Dabei werden aus der Oberflächengeometrie quantifizierbare Merkmale extrahiert und in sog. lokalen Formdeskriptoren (z. B. Skalare, Vektoren, Matrizen) zusammengefasst.

Ziel dieses Abschnittes ist die Einführung des Laplace-Beltrami-Operators (LBO) zur Beschreibung differentieller (= lokaler) Eigenschaften von Flächen. Dazu wird zunächst eine ebene Kurve

$$C: \mathbf{x}(s) = (x(s) \quad y(s))^T \in \mathbb{R}^2 \quad \text{mit} \quad s \in [a, b] \subset \mathbb{R}$$

betrachtet. Es gilt:

$$\mathbf{x}''(s) = \kappa(s) \cdot \mathbf{n}(s). \quad (3.1)$$

Eine ebene Kurve ist eine differenzierbare Abbildung eines Intervalls $[a, b]$ einer Linie in den zweidimensionalen Raum. Gl. 3.1 stellt die differentielle Form der Kurve dar, welche bis auf eine orientierungserhaltende Bewegung die vollständigen Informationen über die Kurve enthält. Dabei sind $\mathbf{x}''(s)$ die zweite Ableitung der Kurvendefinition, $\mathbf{n}(s)$ der stets senkrecht zur Kurve orientierte Normalenvektor und $\kappa(s)$ die Normalenkrümmung der Kurve an einem Punkt, der durch den Parameter s definiert ist (Herleitung in Anhang A.2).

Eine kontinuierliche Fläche F in Parameterform ist definiert durch

$$F: \mathbf{x}(u, v) = (x(u, v) \ y(u, v) \ z(u, v))^T \in \mathbb{R}^3 \quad \text{mit} \quad (u, v) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2.$$

Analog zur Kurvendefinition stellt sie die differenzierbare Abbildung des Intervallgebietes Ω eines Parameterraumes in den dreidimensionalen Raum dar (Abb. 3.7).

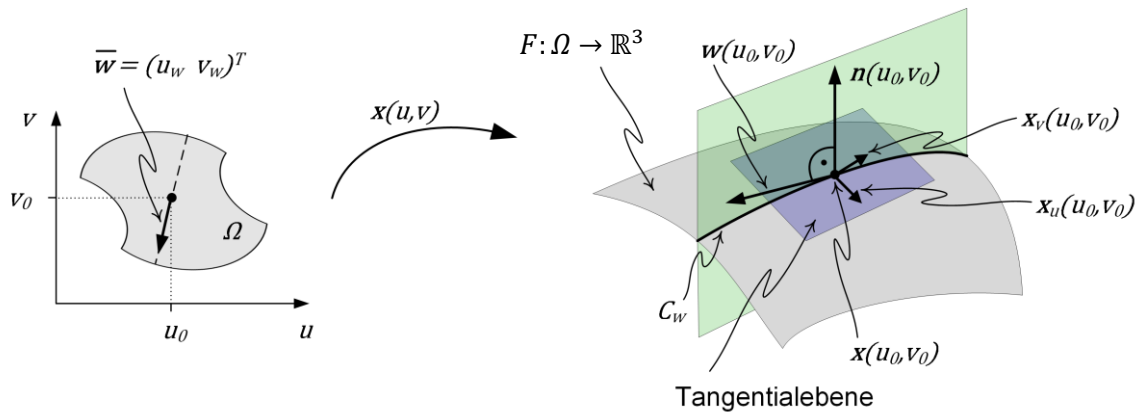


Abb. 3.7: Parametrisierung einer Fläche

An einem Punkt $\mathbf{x}(u_0, v_0)$ ist eine Tangentialebene definiert, die durch die Vektoren $\mathbf{x}_u(u_0, v_0)$ und $\mathbf{x}_v(u_0, v_0)$ aufgespannt wird. Sie stellen die ersten Ableitungen der in u - und in v -Richtung orientierten Kurven auf der Fläche F dar und charakterisieren die Orientierung der Fläche im Raum. Der Normalenvektor steht senkrecht auf beiden Tangentenvektoren und wird berechnet mit

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{x}_u \times \mathbf{x}_v}{\|\mathbf{x}_u \times \mathbf{x}_v\|} \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}_u = \left(\frac{\partial x}{\partial u} \ \frac{\partial y}{\partial u} \ \frac{\partial z}{\partial u} \right)^T, \mathbf{x}_v = \left(\frac{\partial x}{\partial v} \ \frac{\partial y}{\partial v} \ \frac{\partial z}{\partial v} \right)^T. \quad (3.2)$$

Auf die Parameterangabe (u, v) wurde hier zur besseren Lesbarkeit verzichtet. Die Größen sind dennoch punktweise definiert und variieren im Allgemeinen entlang der Fläche. Darüber hinaus können beliebige Richtungen \mathbf{w} auf der Fläche betrachtet werden. Die Gerade

$$(u \ v)^T = (u_0 \ v_0)^T + t \bar{\mathbf{w}}$$

im Parameterraum entspricht der Kurve

$$C_w(t) = \mathbf{x}(u_0 + tu_w, v_0 + tv_w)$$

im dreidimensionalen Raum. Sie ist die Schnittkurve zwischen der Fläche F und der durch $\mathbf{n}(u, v)$ und $\mathbf{w}(u, v)$ aufgespannten Ebene. Die Krümmung der Kurve C_w am Punkt $\mathbf{x}(u_0, v_0)$ entspricht der Krümmung der Fläche an diesem Punkt in Richtung \mathbf{w} und wird als Normalenkrümmung $\kappa_N = \kappa_N(\varphi)$ bezeichnet. Sie ist für alle Richtungen in der Tangentialebene definiert (Drehwinkel φ). Der Durchschnitt aller Normalenkrümmungen wird als mittlere Krümmung κ_H und der größte bzw. der kleinste Wert als Hauptkrümmungen κ_1 bzw. κ_2 bezeichnet. Es gilt

$$\kappa_H(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \kappa_N(\varphi) d\varphi \quad (3.3)$$

$$\kappa_N(\varphi) = \kappa_1 \cos^2 \varphi + \kappa_2 \sin^2 \varphi \quad (3.4)$$

$$\kappa_H = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2}. \quad (3.5)$$

Eine weitere Definition der Flächenkrümmung ist die Gaußkrümmung κ_G

$$\kappa_G = \kappa_1 \cdot \kappa_2. \quad (3.6)$$

Die Krümmung kann analog zu Gl. 3.1 auch mit dem Laplace-Beltrami-Operator (LBO) Δ ausgedrückt werden:

$$\Delta \mathbf{x} = 2\kappa_H \mathbf{n}. \quad (3.7)$$

Mit der mittleren Krümmung κ_H und dem Normalenvektor \mathbf{n} der Fläche im betrachteten Punkt kann der LBO $\Delta \mathbf{x}$ der Funktion $\mathbf{x}(u, v)$ als ein um die Krümmungsinformation erweiterter Normalenvektor einer Fläche interpretiert werden⁷. Gl. 3.7 enthält bis auf eine orientierungserhaltende Bewegung die vollständigen Informationen über die Fläche, wodurch sich der LBO zur Definition und Analyse lokaler Flächeneigenschaften eignet.

3.3.2.3 Weitere lokale Gestaltoperatoren

Neben dem LBO existiert eine Vielzahl weiterer Operatoren, mit denen die Gestalt von Flächen lokal beschrieben werden kann. In [GMG05] wird das Volumen auf der Objektinnenseite, das eine am betrachteten Punkt zentrierte Kugel mit der Objektoberfläche einschließt, zur Gestaltbeschreibung verwendet. In [GC06] werden mehrere krümmungsbezogene Werte eines Punktes in einem Featurevektor zusammengefasst. In [WLZ10] und

⁷ Der Laplace-Operator ist als Summe der nicht-gemischtpartiellen Ableitungen zweiter Ordnung definiert: $\Delta f := \nabla^2 f = \text{div}(\text{grad } f)$ (z. B. $\Delta f(u, v) = f_{uu} + f_{vv}$)

[SZZ16] wird die Objektform für einen Punkt und seine Umgebung als Matrix von Krümmungswerten (zweidimensionales Bild) abgebildet.

Die Form eines Objektes an einem Punkt kann darüber hinaus auch unter Berücksichtigung des kompletten Objektes bestimmt werden. In [SOG09] wird die Objektform mit der *heat kernel signature*, die die Wärmeverteilung auf einem Objekt ausgehend von Wärmequellen simuliert, charakterisiert. Die *wave kernel signature* stellt eine Weiterentwicklung des Prinzips dar, wobei statt Wärmezuständen quantenmechanische Energiezustände (Schrödingergleichung) nachempfunden werden (Details zum Berechnungsverfahren in [ASC11]). Weitere Deskriptoren können zudem [TG12] entnommen werden.

3.3.2.4 Segmentierung dreidimensionaler Geometriemodelle

Lokale Operatoren definieren geometrische Eigenschaften für einzelne Punkte der Objektoberfläche. Zur Charakterisierung der Gestalt sind darüber hinaus auch größere Gebiete des repräsentierten 3D-Objektes von Interesse. Methoden, mit denen Oberflächenpunkte gruppiert werden und das 3D-Objekt als Menge dieser Regionen beschrieben werden kann, werden Segmentierungsverfahren genannt. Die erzeugten Segmente definieren nach objekt- und nach anwendungsbezogenen Kriterien Gebiete festgelegter Eigenschaften (Beispiele in Abb. 3.8).

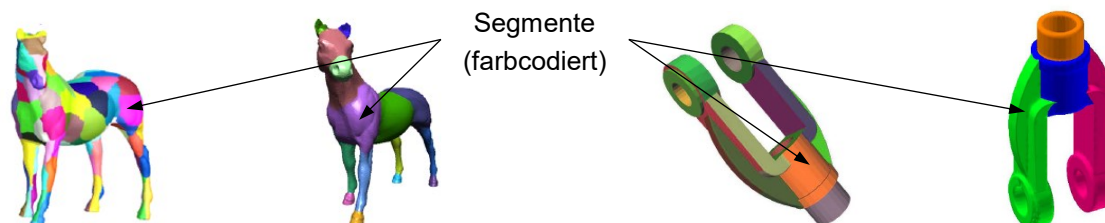


Abb. 3.8: Beispiele verschiedener Segmentierungen von Objekten (Pferd [Sha08], Hebel [AKM06])

Geometriemerkmale, die maßgebend für die Gruppierung von Geometrieelementen (Punkte, Flächenstücke) sind, heißen Segmentierungskriterien. Den Geometrieelementen werden Werte angewandter Segmentierungskriterien zugeordnet und zu Regionen mit ähnlichen Eigenschaftswerten zusammengefasst. Die Segmentierungen werden entweder kanten- oder flächenbasiert berechnet, d. h. entweder werden die Segmentgrenzen oder die Gebiete selbst in den auszuwertenden Daten detektiert.

Es existiert eine Vielzahl verschiedener Segmentierungskriterien, von denen im Folgenden einige exemplarisch kurz aufgeführt werden:

- Winkel zwischen Flächenstücken ([LL12], [AZB17])
- Krümmungswerte ([JM07], [GPB17])
- Abweichungen von Regelgeometrien ([AFS06], [BSG11])
- Gestaltdurchmesser ([SSC08], [JGZ14])
- geodätische Entfernung ([SSC06], [ULS15])
- spektrale Eigenschaften ([LZ07], [CME14])

Detaillierte Informationen zu den angewandten Algorithmen können neben den angegebenen Literaturhinweisen [APP07] und [Sha08] entnommen werden. In [TPT15] wird zusätzlich eine Evaluierung der Leistungsfähigkeit vieler Segmentierungsverfahren von Polygonnetzen gegeben.

3.3.2.5 Methodenauswahl für die Netzdeformation

Die bei der *Netzdeformation* im Rahmen dieser Arbeit angewandten Gestaltmerkmale sind in Tab. 3.1 zusammengefasst.

Tab. 3.1: Gestaltmerkmale bei der *Netzdeformation*

Gestaltmerkmal	Erläuterung
globale Eigenschaften	Globale Eigenschaften sind Merkmale, die grobe Informationen zur Objektgestalt liefern, indem sie sich auf das Geometriemodell als Ganzes beziehen. Im Rahmen dieser Arbeit wird das Geschlecht von 3D-Objekten angewandt, mit dem bewertet wird, ob eine Geometriadaption der Eingangsmodelle ohne Änderung der Topologie des initialen Netzmodells möglich ist.
lokale Eigenschaften	Lokale Eigenschaften werden für Netzknoten berechnet und als Segmentierungskriterium angewandt. Ferner eignen sie sich unmittelbar zur Erzeugung von Punktkorrespondenzen, falls Punkte beider Modelle aufgrund ähnlicher Operatoren eindeutig einander zugeordnet werden können. Im Rahmen dieser Arbeit wird dazu die Krümmung der Modelloberflächen exemplarisch angewandt.
Segmente	Segmente werden bei der <i>Netzdeformation</i> als Randbedingung zur Beibehaltung der ursprünglichen Form von Objektbereichen des initialen Netzmodells angewandt (z. B. Ebenheit). Darüber hinaus werden aus Segmenten beider Modelle, die als korrespondierend definiert sind, Punktkorrespondenzen abgeleitet.

Sind die Eingangsmodelle der *Netzdeformation* definiert, werden globale Gestaltmerkmale angewandt, um die Machbarkeit des Verfahrens zu bewerten. Theoretische Grundlagen zur Machbarkeit der *Netzdeformation* und die Anwendung des Geschlechts von Geometriemodellen als Bewertungskriterium werden in Kap. 4 erläutert.

Die Eingangsmodelle werden im Verfahrensablauf durch Dreiecksnetze repräsentiert. Dabei handelt es sich um Abbildungen zweidimensionaler Flächen im dreidimensionalen Raum. Die Definition schließt allerdings keinen Parameterraum und folglich keine Parametrisierung ein, was die grundlegende Technik zur Berechnung lokaler Eigenschaften (siehe Kap. 3.3.2.2) nicht direkt anwendbar macht. Allerdings können unter der Annahme, dass Polygonnetze Näherungen differenzierbarer Flächen sind, Näherungen der differentiellen Eigenschaften aus den Netzdaten berechnet werden. In Kap. 4 werden dazu Diskretisierungen des LBO für Polygonnetze eingeführt und zur Berechnung der Oberflächenkrümmung als lokaler Gestaltoperator in der *Netzdeformation* angewandt.

Die Ergebnisse werden weiterführend als Kriterien für Verfahren zur Modellsegmentierung herangezogen. Mit den Segmentierungsverfahren werden Gebiete auf der Modelloberfläche identifiziert, die bei der Transformation des initialen Netzmodells (Phase 3) als Randbedingungen angewandt werden. Um sowohl Modelle mit technischen als auch mit natürlichen Objektformen zu unterstützen, werden in der vorliegenden Arbeit Verfahren mit verschiedenen Segmentierungskriterien berücksichtigt (Tab. 3.2).

Tab. 3.2: Segmentierungskriterien bei der *Netzdeformation*

Segmentierungskriterium	Erläuterung
Oberflächenkrümmung	Die Erzeugung von Regionen auf der Modelloberfläche durch Auswertung von Krümmungswerten der Netzknoten ist für Objekte geeignet, bei denen lokal große Unterschiede in den Krümmungswerten auftreten (z. B. an Kanten).
Regelgeometrie	Bei der Segmentierung mit Regelgeometrien werden Objektbereiche, die einfachen geometrischen Grundformen, wie Gerade, Kreis, Ebene, Zylinder, entsprechen, untereinander oder von freigeformten Regionen getrennt. Entsprechende Verfahren eignen sich vor allem für Objekte mit technischem Bezug (z. B. Bauteile, natürliche Objekte mit technischen Erweiterungen, wie z. B. Bohrungen).
Interaktion durch Anwender	Die Festlegung von Regionen ohne algorithmische Gestaltanalyse erfolgt durch einen Anwender, z. B. durch Markierung in einer grafischen Benutzeroberfläche.

Die Auswahl der Gestaltmerkmale stellt sowohl die Machbarkeit der *Netzdeformation* als auch deren Anwendbarkeit auf beliebig gestaltete Geometriemodelle sicher. Darüber hinaus ist die Integration weiterer Gestaltmerkmale mit dem erarbeiteten Verfahrensmodell möglich und begünstigt die Identifizierung einer größeren Menge korrespondierender Objektbereiche zwischen den Eingangsmodellen im weiteren Verfahrensablauf.

3.3.3 Transformation der Geometrie des initialen 3D-Netzmodells

3.3.3.1 Rigide Registrierung von Polygonnetzen

Mit der Registrierung wird die Transformation mehrerer 3D-Daten in einem einheitlichen Koordinatensystem berechnet. Es wird zwischen rigider und nicht-rigider Registrierung⁸ unterschieden. Die zu registrierenden 3D-Datensätze repräsentieren ähnliche Geometrien, deren Modellunterschiede z. B. aus unterschiedlichen Entstehungswegen (z. B. Konstruktion und 3D-Digitalisierung) oder aus tatsächlichen Formabweichungen der Objekte resultieren. Sind sie im Vergleich zur erforderlichen Registrierungsgenauigkeit klein (z. B. Messrauschen), ist eine rigide Transformation geeignet. Ist im Gegensatz dazu die Ungleichheit der Modellformen signifikant und soll durch die Registrierung kompensiert werden, werden nicht-rigide Registrierungstechniken angewandt.

Bei der rigiden Registrierung wird angenommen, dass die Oberflächen zweier Netzmodelle A und B durch eine globale euklidische Transformation ausgerichtet werden können:

$$\mathbf{x}_B = \mathbf{R}\mathbf{x}_A + \mathbf{t}, \quad (3.8)$$

wobei \mathbf{R} eine 3x3-Rotationsmatrix, \mathbf{t} ein 3x1-Translationsvektor und \mathbf{x}_A bzw. \mathbf{x}_B Positionen korrespondierender Punkte beider Modelle sind. Die Transformation gilt für jeden Punkt des Modells A, hat sechs Freiheitsgrade (drei Translationen entlang sowie drei Rotationen um die Achsen des referenzierten Koordinatensystems) und kann durch drei Paare von nicht kollinearen, korrespondierenden Punkten eindeutig bestimmt werden. In der Praxis werden aufgrund von Formunterschieden zwischen den zu registrierenden Oberflächen sowie fehlerbehafteten Korrespondenzen deutlich mehr Punktpaare verwendet. Die Transformationsparameter werden in einer Ausgleichsrechnung bestimmt und liefern für die Gesamtheit aller Punktkorrespondenzen die geringsten Abweichungen zwischen sich überdeckenden Modellteilen (Details zum Berechnungsverfahren in [AHB87]):

$$e(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \min_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^{N_C} |\mathbf{x}_{B,i} - (\mathbf{R}\mathbf{x}_{A,i} + \mathbf{t})|^2 \quad (3.9)$$

⁸ Auch als starre und nicht-starre Registrierung bezeichnet.

mit N_C ...Anzahl der Punktkorrespondenzen.

Die Definition geeigneter geometrischer Objektmerkmale und Korrespondenzen ist nicht-trivial. Ausschließlich korrekte Punktkorrespondenzen aus der Geometrie abzuleiten, ist häufig nicht möglich. Die Berechnung der Transformationsparameter in einem einzigen Rechenschritt liefert in der Folge nicht die optimale Lösung des Registrierungsproblems. Die Berechnung wird daher im klassischen Ansatz schrittweise durchgeführt. Anhand weniger Punktkorrespondenzen wird eine grobe Ausrichtung der Datensätze ermittelt (Grobregistrierung). Durch die räumliche Nähe sind weitere geeignete Punktkorrespondenzen zuverlässig bestimmbar, mit denen eine feine Ausrichtung durchgeführt wird (Feinregistrierung).

Grobregistrierung. Bei der Grobregistrierung werden initiale Unterschiede in der Position und in der Orientierung (kurz: Pose) zwischen den auszurichtenden Daten näherungsweise bestimmt. Techniken, bei denen keine Korrespondenzen von Oberflächenteilen bestimmt werden, nutzen globale Eigenschaften der 3D-Daten (z. B. Hüllkörper, Hauptachsentransformation). Dabei wird durch Abstraktion der Modelle die Anzahl möglicher Ausrichtungen auf eine kleine Anzahl begrenzt und die beste durch Vergleich der Registrierungsgenauigkeiten ermittelt. Die Verfahren eignen sich, wenn beide Datensätze vollständig formgleich sind. Ist ein Datensatz eine Untermenge des anderen oder überlappen sich beide Modelle partiell, sind auf diese Weise keine geeigneten Transformationen bestimmbar. In diesen Fällen sind Techniken, bei denen lokale Oberflächenmerkmale bestimmt und bei denen Komponenten beider Modelle mit ähnlichen Eigenschaftswerten verknüpft werden, vorzuziehen. Mehrdeutigkeiten oder zu stark abweichende Eigenschaftswerte tatsächlich korrespondierender Punkte (infolge Rauschen, ungleicher Netzauflösungen oder unterschiedlicher lokaler Oberflächengeometrie) schränken die Bestimmbarkeit geeigneter Korrespondenzen und damit die Registrierungs-genauigkeit jedoch ein.

Feinregistrierung. Verfahren der Feinregistrierung von 3D-Netzmodellen unterscheiden sich von denen der Grobregistrierung zum einen in der Anzahl verwendeter Punkte der Objektoberflächen, zum anderen in der Kopplung von Bestimmung von Punktkorrespondenzen und Transformation der 3D-Daten. Während in der ersten Registrierungsstufe anhand weniger Punkte mit möglichst markanten und eindeutigen Merkmalen eine Ausrichtung unabhängig von der initialen Pose bestimmt wird, werden in der zweiten Stufe deutlich mehr Objektpunkte verwendet und Punktkorrespondenzen in Folge räumlicher Nähe der Objektoberflächen erzeugt. Die Qualität der Feinregistrierung hängt damit wesentlich von der initialen Ausrichtung der Datensätze ab. Die Standardtechnik ist der

Iterative-Closest-Point-Algorithmus (ICP) (Details zum Berechnungsverfahren in [BM92]) (Abb. 3.9).

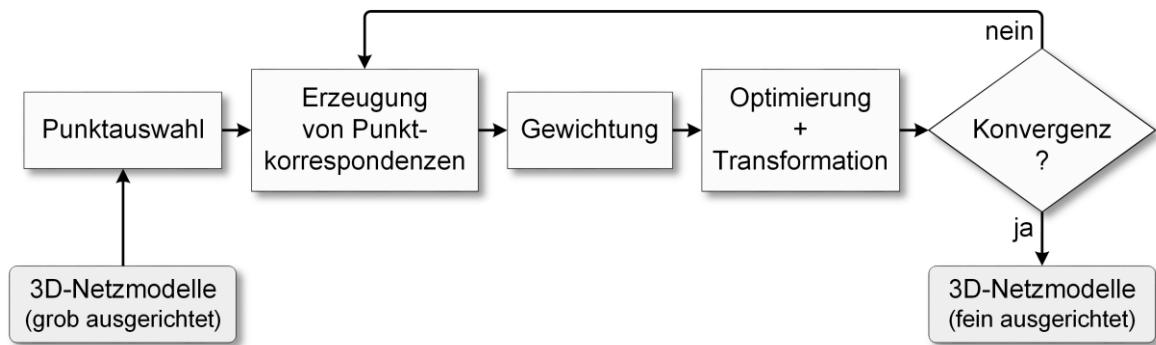


Abb. 3.9: Verfahrensablauf ICP

Von einem der auszurichtenden 3D-Datensätze wird entweder die Gesamtheit oder eine Teilmenge der Punkte selektiert. Die Punkte der Teilmenge sind durch Zufall, Regelmäßigkeit (z. B. jeder zehnte Punkt) oder durch Anwendung anderer Kriterien (z. B. zu bestimmten Objektbereichen zugehörige Punkte) ausgewählt. Die Definition jeweils korrespondierender Punkte im zweiten Datensatz ist mit einer Ermittlung nächstgelegener Punkte verbunden. Bei 3D-Netzmodellen werden dazu üblicherweise Methoden der Raumpartitionierung⁹ angewandt. Darüber hinaus können weitere Eigenschaften, wie Farbe oder Krümmung, in der Korrespondenzbestimmung berücksichtigt werden. Mit der Gewichtung wird der Einfluss einzelner Punktkorrespondenzen auf das Transformationsergebnis definiert. Für die Registrierung bzw. den aktuellen Iterationsschritt nicht geeignete Punktkorrespondenzen führen zu ungenauen Registrierungen. Anhand festgelegter Kriterien werden die Punktkorrespondenzen bewertet und um einen Gewichtungsfaktor ω_i in der Optimierungsrechnung erweitert (Gl. 3.10). Bewertungsfaktoren sind z. B. Grenzwerte, die eine maximal zulässige Distanz oder Abweichung zusätzlicher Eigenschaften der Punktpaare definieren.

$$e(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \min_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^{N_C} \omega_i |\mathbf{x}_{B,i} - (\mathbf{R}\mathbf{x}_{A,i} + \mathbf{t})|^2 \quad \text{mit} \quad \omega_i \in [0,1] \subset \mathbb{R} \quad (3.10)$$

Eine direkte Lösung des Optimierungsproblems wurde in [AHB87] präsentiert und später um die Gewichtungsfaktoren erweitert (Anhang A.3). Andere Lösungsvarianten nutzen ein iteratives Vorgehen (z. B. in [HBM86]) oder die Repräsentation der Transformation durch Quaternionen¹⁰ (z. B. in [Hor87]). Das Modell A wird mit den errechneten Parametern

⁹ Umfasst Datenstrukturen zur Unterteilung mehrdimensionaler Größen. Als Suchstruktur für räumlich verteilte 3D-Punkte werden der kD-Baum oder der *octree* angewandt [BCK08].

¹⁰ Komplexe Zahl mit einem Real- und drei Imaginärteilen. Die vier Werte repräsentieren eine Drehachse mit zugehörigem Drehwinkel.

transformiert und der Registrierungsfehler e nach Gl. 3.10 bestimmt. Das Vorgehen erfolgt iterativ bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist. Dabei wird üblicherweise ein Grenzwert definiert, der eine maximal zulässige Änderung des Registrierungsfehlers zwischen zwei Iterationsschritten festlegt oder den Registrierungsfehler selbst limitiert.

Vom grundlegenden Vorgehen abgeleitet sind viele Varianten des ICP-Algorithmus veröffentlicht worden. Sie unterscheiden sich im Wesentlichen in den Techniken, wie die vier Verfahrensschritte ausgeführt werden. Details und Bewertungen verbreiteter Varianten können den Untersuchungen in [RL01], [JH02] und [BSB15] entnommen werden.

3.3.3.2 Nicht-rigide Registrierung von Polygonnetzen

Mit den Methoden der nicht-rigiden Registrierung werden 3D-Netzmodelle mit Kompensation von Formunterschieden ausgerichtet. Beim auszurichtenden Modell werden neben Veränderungen der Pose auch Transformationen einzelner Punkte oder Regionen relativ zur übrigen Geometrie zugelassen. Das Netzobjekt wird deformiert, eine Änderung der Netztopologie erfolgt nicht.

Das Konzept der nicht-rigiden Registrierung weist darüber hinaus Parallelen zur rigiden Variante auf. Aus einer Grobregistrierung (rigide und nicht-rigide) anhand weniger Merkmale resultiert eine näherungsweise Überdeckung der Datensätze. Daran anknüpfend wird eine Feinausrichtung anhand dichter Punktkorrespondenzen durchgeführt, bei der die Formabweichungen zwischen den Modellen weiter reduziert werden.

Nichtsdestotrotz unterliegen vor allem bei der Grobregistrierung Algorithmen zur Definition geeigneter Objektmerkmale und zur eindeutigen Zuordnung zwischen den Modellen größeren Unsicherheiten. So weisen die für gleichbedeutende, aber geometrisch abweichende Objektmerkmale (z. B. scharfe und abgerundete Kanten) berechneten Formdeskriptoren unterschiedliche Werte auf. Welche Objektmerkmale geeignet sind, lässt sich zum einen nicht für beide Modelle getrennt voneinander sicher bewerten. Zum anderen ist eine Verknüpfung korrespondierender, aber unterschiedlicher Deskriptoren ausschließlich auf Basis ihrer Werte in gleicher Weise unsicher. Falsche Punktkorrespondenzen verschlechtern das Ergebnis einer nicht-rigiden Registrierung, aufgrund der höheren Freiheitsgrade, in höherem Maße als bei rigiden Ausrichtungen. Bei der Berechnung nicht-rigider Ausrichtungen sind daher Regularisierungsterme, die durch Randbedingungen plausible Deformationen gewährleisten sollen, wichtige Bestandteile des Optimierungsproblems (Kap. 3.3.3.3).

Nicht-rigide Registrierungsverfahren von 3D-Oberflächenmodellen werden vor allem in Postprozessen von 3D-Digitalisierungen angewandt. [IGL03] und [BR04] präsentieren Methoden, um 3D-Scanaufnahmen, die in Folge von Kalibrierungsfehlern und nicht

berücksichtigten Geräteparametern verfälscht sind, zu korrigieren. Echtzeit-3D-Scanner erzeugen mehrere Scanaufnahmen pro Sekunde. Aufeinander folgende Aufnahmen weisen auch bei sich bewegenden Objekten lediglich kleine räumliche Abweichungen voneinander auf. Diese werden in [MFO07] durch rigide Ausrichtungen mit kleinen lokalen Punktverschiebungen zum Ausgleich von Verformungen zu vollständigen 3D-Scanmodellen aufbereitet. In [ASK05], [ARV07], [Li10] und [CK15] werden Registrierungsverfahren präsentiert, die auch bei großen Modellunterschieden sowie wenigen Punktkorrespondenzen plausible Netzverformungen gewährleisten.

3.3.3.3 Deformationsmodell

Bei der Deformation eines Netzmodells werden die Positionen der Knotenpunkte auf andere Positionen transformiert. Ist zu jedem Netzknoten eine Zielposition festgelegt, ist die Deformation vollständig definiert. In Anwendungen der Netzverformung wird die Gestalt der Modelle jedoch häufig nur durch wenige geometrische Bedingungen, wie Fixierungen oder Verschiebungen, manipuliert. Bei der nicht-rigiden Registrierung von 3D-Netzen sind in gleicher Weise nicht für alle Netzbereiche Punktkorrespondenzen definiert. Netzknoten, für die Zielkoordinaten definiert sind, heißen Kontrollpunkte. Punkte ohne explizite Zielpositionen werden als freie Punkte bezeichnet. Das Deformationsmodell ist eine Transformationsfunktion, mit der die Positionsveränderungen sowohl der Kontroll- als auch der freien Punkte anhand definierter Randbedingungen berechnet werden.

Deformationsmodelle wurden mit dem Ziel entwickelt, physikalisch plausible Objektverformungen von Geometriemodellen zu ermöglichen, indem Konzepte der Elastizitätstheorie angewandt werden. Die Deformation einer Fläche kann mit der potentiellen Energie quantifiziert werden, die auf die Veränderung tangentialer und normaler Flächeneigenschaften (metrische und krümmungsbezogene Eigenschaften bzw. erste und zweite Fundamentalförm) zurückzuführen ist [TPB87]:

$$E_{Schale}(\mathcal{A}') = \int_{\Omega} k_D \|\mathbf{I}' - \mathbf{I}\|_F^2 + k_B \|\mathbf{II}' - \mathbf{II}\|_F^2 dudv \quad (3.11)$$

mit E ... potentielle Energie,

\mathcal{A}' ... verformte Fläche,

Ω ... Flächengebiet,

$\|\cdot\|_F$... Frobeniusnorm,

\mathbf{I}, \mathbf{I}' ... Erste Fundamentalförm der originalen bzw. verformten Fläche,

$\mathbf{II}, \mathbf{II}'$... Zweite Fundamentalförm der originalen bzw. verformten Fläche,

k_D, k_B ... Gewichtungs-faktoren (für Dehnung bzw. Biegung).

Die Algorithmen von Deformationsmodellen basieren auf der Minimierung dieser potentiellen Energie. Erfahren Punkte der Oberfläche Positionsveränderungen, verformt sich das gesamte Einflussgebiet dehnungs- und biegungsminimiert, was einer möglichst rigiden Transformation gleichkommt.

Zur Anwendung von Deformationsmodellen auf Polygonnetze sind Diskretisierungen dieser Definition vorzunehmen. Eine wesentliche Herausforderung besteht dabei in der Handhabung großer Verformungen und lokaler Rotationen der Flächen. Reine Translationen von Oberflächenpunkten können lokale Rotationen von Flächenabschnitten erzeugen, welche durch eine diskretisierte Verformungsenergie nur unzureichend abgebildet werden (Beispiele in Abb. 3.10).

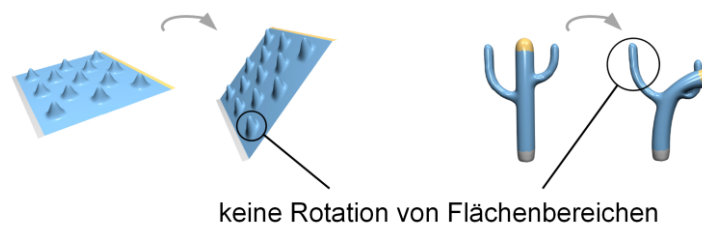


Abb. 3.10: Beispiele für Artefakte bei Deformationsberechnungen (grau: Fixierung, gelb: Verschiebung/Verdrehung) (aus [BS08]).

Zur Kompensation dieser Diskretisierungsfehler wurden verschiedene Verfahren entwickelt, die im Folgenden kurz erläutert werden.

Hierarchische Mehrfachauflösung. Bei der hierarchischen Mehrfachauflösung (engl. *multiresolution hierarchy*) wird das dreidimensionale Netz als geometrisches Signal mit tiefen und hohen Frequenzen aufgefasst. Die tiefen Frequenzen beschreiben die grobe Gestalt des Modells und sind durch ein stark abstrahiertes Netzmodell repräsentiert. Die hohen Frequenzen bilden detaillierte Oberflächenstrukturen ab und sind als die Differenz aus dem originalen und dem tieffrequenten Modell definiert. Der Deformationsprozess besteht aus der Ermittlung und der Trennung der tief- und der hochfrequenten Netzteile, der Verformung des groben Netzmodells und der Rekonstruktion der feinen Strukturen auf der verformten Oberfläche. Entsprechende Verfahren unterscheiden sich im Wesentlichen in der Erzeugung des abstrahierten Modells sowie in der Differenzermittlung mit der originalen Repräsentation (Verfahrensbeispiele in [GVS00], [BK03], [BSP06]).

Differentielle Koordinaten. Das Grundprinzip dieser Verfahren ist die Beibehaltung der differentiellen Eigenschaften der Polygonnetze (Laplace-Koordinaten (z. B. in [SA07], [LG14], [YLD14]), Gradient der Netzkoordinaten (z. B. in [YZX04], [HYZ14])), die die vollständigen Informationen der Geometrie von Flächen enthalten (Vgl. Kap. 3.3.2.2). Da differentielle Koordinaten relativ zum globalen Koordinatensystem definiert sind, werden

lokale Rotationen (hervorgerufen durch Verbiegungen der Fläche (Vgl. Abb. 3.10)) explizit im Deformationsmodell abgebildet [BS08]:

$$\mathcal{P}' = \operatorname{argmin}_{\mathcal{P}'} \sum_i A_i |D(p'_i) - T_i(D(p_i))|^2 \quad (3.12)$$

mit $D(\cdot)$... Operator zur Bestimmung differentieller Eigenschaften

p_i, p'_i ... Knoten des originalen bzw. des verformten Polygonnetzes

$T_i(\cdot)$... lokale Transformation

PriMo. [BPG06] Bei diesem Verfahren wird die zu verformende polygonale Fläche in eine Schicht von nicht verformbaren Volumenelementen eingebettet. Die Prismen werden von der Polygonfläche aus extrudiert und sind über die Formulierung einer elastischen Verformungsenergie miteinander verbunden (Abb. 3.11). Zur Minimierung der Verformungsenergie werden statt der originalen Netzknoten Knotenpunkte an den Ecken der Prismen eingeführt.

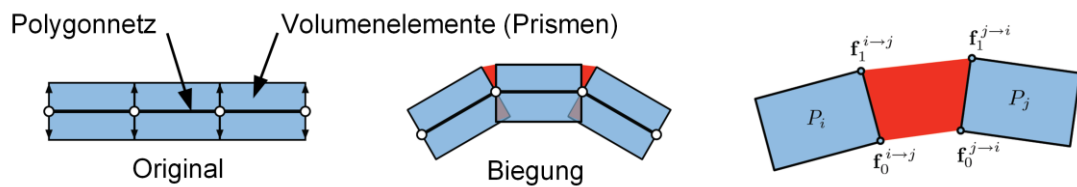


Abb. 3.11: Erweiterung der Polygonfläche um Schicht aus Volumenelementen [BPG06]

Pyramidkoordinaten. (engl. *pyramid coordinates*) [KS06] Pyramidkoordinaten erfassen die lokale Form von Flächennetzen. Sie enthalten die Winkel und die Längen der einen Knotenpunkt umgebenden Netzkanten. Die Berechnung der Werte erfolgt bezogen auf eine lokal in die Umgebung eingepasste Ebene. Im Gegensatz zu differentiellen Koordinaten sind sie aufgrund der Definition bezüglich eines lokalen Koordinatensystems auch bei Rotation der Fläche unveränderlich. Zur Berechnung einer deformierten Netzgeometrie werden nach Verschiebung der Kontrollpunkte neue Pyramidkoordinaten berechnet. In der Folge wird iterativ zwischen originalen und neu berechneten Werten interpoliert bis Konvergenz erreicht ist.

Direkte Manipulation lokaler Polygonnetzeigenschaften. In [EP09] wird ein Deformationsmodell eingeführt, bei dem die Änderung der Flächeninhalte der Netzdreiecke sowie der lokal berechneten Hauptkrümmungen minimal ist. Neben Randbedingungen zur Position von Netzknoten sind auch Längen von Pfaden auf dem Dreiecksnetz, Krümmungen entlang der Pfade sowie Flächeninhalte von Netzbereichen direkt kontrollierbar.

Raumbasierte Deformation. Die bisher betrachteten Verfahren operieren direkt auf dem zu verformenden Polygonnetz. Die Topologie legt unmittelbar die Freiheitsgrade der Deformationsalgorithmen fest. Da die Kontrollpunkte Bestandteil des Polygonnetzes sind, ist eine Angabe von Zielkoordinaten für Punkte des Netzmodells unmittelbar möglich. Bei der raumbasierten Deformation sind die Kontrollpunkte nicht Teil des zu verformenden Netzes. Die Punkte gehören zu einem Kontrollgitter, das im einfachsten Fall ein quaderförmiges Hüllobjekt (engl. *bounding box*) ist (Verfahrensbeispiel in [SP86]). Fortgeschrittene Techniken nutzen Hüllkörper mit besserer Näherung der Form des Netzobjektes (z. B. in [BK05], [SSP07], [LLC08], [Coh09], [SGA16]) oder sog. Skelette. Bei Letzteren handelt es sich um digitale Stab-Gelenk-Modelle, die sich im Inneren des Netzmodells befinden und hauptsächlich für die Bewegungsanimation von Personen oder Tieren angewandt werden (Verfahrensbeispiele in [TVD06], [JK17]). Diese Methoden unterscheiden sich neben der Erzeugung der Kontrollstrukturen in den Algorithmen zur Berechnung der Positionen der freien Netzknoten aus den Verschiebungen der Kontrollpunkte. Eine Verfahrensübersicht kann [NS12] entnommen werden. Raumbasierte Deformationen eignen sich vor allem für die Verformung von Netzmodellen, die nicht zusammenhängende Bereiche oder sehr große Datenmengen aufweisen. Für detaillierte Verformungen (z. B. feiner Oberflächendetails) sind sehr viele sowie geeignet positionierte Kontrollpunkte notwendig.

3.3.3.4 Punktkorrespondenzen

Elementarer Bestandteil der Oberflächenregistrierung ist die Bestimmung geeigneter Punktkorrespondenzen zwischen den 3D-Daten. Sie sind unmittelbar als Randbedingung im Optimierungsproblem integriert. Je mehr Verknüpfungen zwischen den Datensätzen identifiziert sind, desto genauer ist deren Ausrichtung berechenbar. Typische Kriterien zur Erzeugung von Punktkorrespondenzen in Anwendungen sind die Äquivalenz lokaler geometrischer oder semantischer Eigenschaften (z. B. Krümmung oder technologischer Kennwert) oder die Erfüllung einer räumlichen Distanzbedingung (z. B. kleinster Abstand zwischen Punktkoordinaten).

Punktkorrespondenz:

Als Punktkorrespondenz wird die Verknüpfung eines Netzknotens des initialen Netzmodells mit einer Zielposition auf der Oberfläche des Primärmodells bezeichnet.

Modellinformationen, die zur Bestimmung korrespondierender Elemente verwendet werden, heißen Korrespondenzkriterien. Zur Definition einer Eins-zu-Eins-Beziehung werden entweder algorithmische Techniken oder Strategien mit menschlicher Interaktion

sowie Kombinationen aus beiden angewandt. Der Vorgang wird als Korrespondenzermittlung bezeichnet. Automatische Verfahren sind durch den Vergleich von Korrespondenzkriterien und durch die Verknüpfung von Punkten gleicher oder ähnlicher Werte mit Algorithmen gekennzeichnet. Korrespondenzfestlegungen durch den Anwender erfolgen entweder durch Selektion in digitalen Modellen oder durch das Anbringen eindeutiger Marken in Digitalisierungsszenarien physischer Objekte. In beiden Fällen basieren die Entscheidungen des Anwenders ebenfalls auf dem Vergleich von Objektmerkmalen.

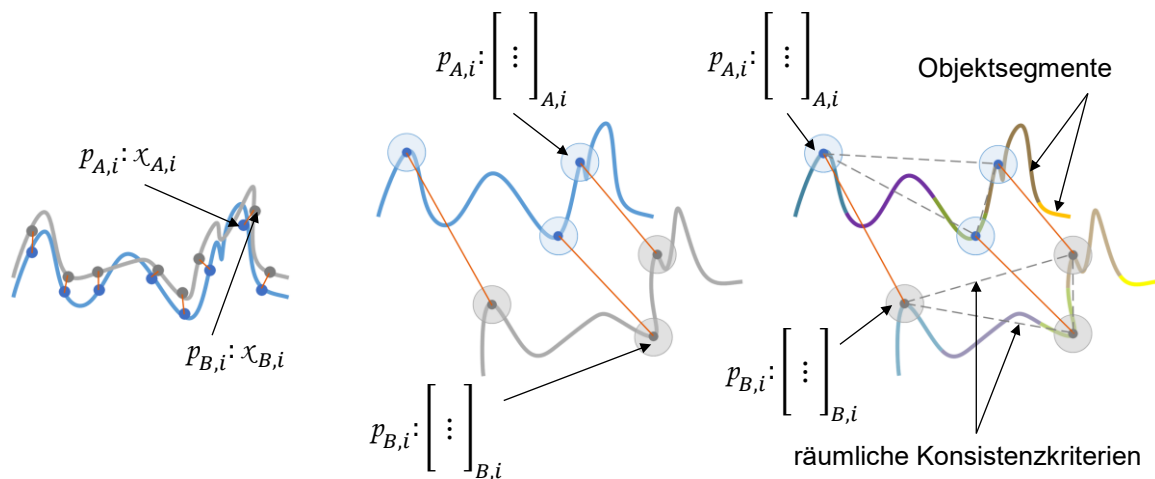


Abb. 3.12: Algorithmisch bestimmte Punktkorrespondenzen (orange) zwischen Oberflächen von Quell- und Zielmodell (A bzw. B). Korrespondenzkriterien sind die Koordinaten χ der Netzknotenpunkte (links), lokale geometrische oder semantische Eigenschaften (Featurevektoren $[:]$, Mitte) oder zusätzlich globale Eigenschaften der Objektstruktur (rechts).

Im Allgemeinen weisen die zu verknüpfenden Modelle voneinander abweichende Geometrie auf, befinden sich in beliebiger Position und Orientierung in einem gemeinsamen Koordinatensystem und haben Korrespondenzen in Objektbereichen, die zunächst unbekannt sind. Eine Klassifizierung der Korrespondenzerzeugung kann in poseabhängige und -unabhängige Strategien vorgenommen werden. Verfahren, die von der Pose der Objekte abhängen, nutzen die räumliche Distanz von Punkten zwischen den Objekten als Korrespondenzkriterium. Sie werden angewandt, wenn die Modelle bereits in einer geeigneten Ausrichtung stehen (Abb. 3.12 links). Beliebig zueinander orientierte oder nur in Teilen korrespondierende Modelle sind auf diese Weise nicht sinnvoll miteinander verknüpfbar. Poseunabhängige Verfahren analysieren und kombinieren Eigenschaften der Objekte ohne Berücksichtigung ihrer gegenseitigen Lage und Orientierung (Abb. 3.12 Mitte, rechts).

Verfahren, in denen punktweise Eigenschaftsdeskriptoren erstellt werden, verknüpfen Punkte, deren Deskriptoren eine minimale Abweichung aufweisen. In vielen

Veröffentlichungen werden Deskriptoren mit ausschließlich lokalen geometrischen Informationen angewandt (Vgl. Kap. 3.3.2.2). In [KHK10] werden verfügbare Farbinformationen als zusätzliches Korrespondenzkriterium herangezogen. In [OOF08] werden 2D-Bilder der Objekte aus verschiedenen Richtungen erzeugt und mit Algorithmen der Bildverarbeitung (z. B. *SIFT* [Low99]) korrespondierende Punkte identifiziert. Von Korrespondenzen, die unterstützt durch menschliche Interaktionen erzeugt werden, abgesehen, ist das Problem der Berechnung von korrekten poseunabhängigen Eins-zu-Eins-Beziehungen zwischen 3D-Objekten nicht-trivial. Eine höhere Anzahl oder eine höhere Komplexität der Korrespondenzkriterien steigert zwar die Wahrscheinlichkeit, mehr eindeutige Punktkorrespondenzen zu identifizieren, ist aber anfälliger gegenüber Modellunterschieden. Einfachere Kriterien sind robuster gegenüber Ungleichheiten, erzeugen aber auch eine größere Anzahl an Mehrdeutigkeiten möglicher korrespondierender Punkte.

Zur Reduzierung von Mehrdeutigkeiten werden Kriterien angewandt, die eine räumliche Konsistenz mehrerer Punktkorrespondenzen integrieren. In [GMG05] werden fortlaufend neue korrespondierende Featurevektoren definiert, indem geprüft wird, ob die resultierende Modellausrichtung weitere Kandidaten für Korrespondenzen in eine räumliche Nähe zueinander bringt. In [MAM14] werden vier Featurevektoren als Basis in einem Modell definiert und das Viererset mit der besten räumlichen Übereinstimmung im zweiten Modell gesucht. Weiterführende Methoden integrieren die Analyse der Gesamtstruktur des Objektes. In [SSS08] werden isometrische Modelle beweglicher Objekte (Objekte in unterschiedlichen Posen, z. B. Individuen, Mechaniken) in Gebiete segmentiert und damit Ähnlichkeiten in den Modellen identifiziert. In [XLZ10] werden Ähnlichkeiten technischer Objekte durch Unterteilung in einfache Unterformen erkannt. Spektrale Methoden vergleichen die Eigenfrequenzen einer Funktion (z. B. LBO [Rus07], *heat kernel signature* [BK10], *wave kernel signature* [ASC11]) für die Verknüpfung zweier Objekte. Die Eigenfrequenzen sind unter isometrischen Verformungen unveränderlich.

Ferner werden in wissensbasierten Methoden Korrespondenzermittlungen bei nicht-isometrischen Modellunterschieden (Dehnungen der Modellflächen, Volumenänderungen) adressiert. Eine Trainingsmenge mit validen Modellverknüpfungen wird verwendet, um für Objekte des gleichen Typs Korrespondenzen zu erzeugen. Forschungsarbeiten sind bisher ausschließlich für Objekte, die artikulierte Bewegungen ausführen (z. B. Individuen) veröffentlicht (Beispiele in [RBW14], [BMR16]).

3.3.3.5 Methodenauswahl für die Netzdeformation

Für die *Netzdeformation* werden sowohl rigide als auch nicht-rigide Techniken zur Modelltransformation angewandt. Anhand definierter Bedingungen werden sowohl die

Ausrichtung beider Modelle zueinander als auch die Deformation definierter Netzbereiche auf die Modelloberfläche des Primärmodells berechnet. Zur Netztransformation werden Optimierungsrechnungen angewandt, in denen die Bedingungen als weiche Randbedingungen definiert sind (Tab. 3.3). Diese werden zur Lösung des Optimierungsproblems per Definition näherungsweise eingehalten.

Tab. 3.3: Transformationsrandbedingungen bei der *Netzdeformation*

Randbedingung	Erläuterung
Zielkoordinaten	<p>Eine Punktkorrespondenz definiert für einen Knoten des initialen Netzes eine Zielposition für die Netztransformation, die auf der Oberfläche des Primärmodells liegt und</p> <ul style="list-style-type: none"> - aus der räumlichen Nähe zum Netzknoten oder - aus korrespondierenden Gestaltmerkmalen resultiert bzw. - durch Interaktion eines Anwenders festgelegt ist. <p>Zielkoordinaten sind stets Bestandteil der Optimierungsrechnung, da durch sie die Deckungsgleichheit der Modelloberflächen erreicht werden soll.</p>
differentielle Eigenschaften	<p>Mit differentiellen Eigenschaften kann die Form von Modelloberflächen lokal definiert werden. Ihre Berücksichtigung bei der <i>Netzdeformation</i> kann an definierten Stellen zur Erhaltung der Form des initialen Netzmodells angewandt werden. In Form des LBO sind sie als Stabilisierungsfaktor grundlegender Bestandteil des angewandten Deformationsmodells.</p>
Regelgeometrie	<p>Regelgeometrie wird als optionale Randbedingung sowohl als Zielgeometrie im Primärmodell als auch als beizubehaltende Originalgeometrie im initialen Netzmodell innerhalb der <i>Netzdeformation</i> berücksichtigt.</p>

Die Definition des Koordinatensystems des angestrebten Netzmodells erfolgt durch eine Grob- und eine Feinausrichtung beider Eingangsmodelle innerhalb der rigiden Registrierung.

Von der berechneten Positionierung ausgehend erfolgt die Deformation der Oberfläche des initialen Netzmodells auf die Oberfläche des Primärmodells. Dazu wird im Rahmen dieser Arbeit ein Deformationsmodell basierend auf differentiellen Koordinaten angewandt (Vgl. Kap. 3.3.3.3), welches im Rahmen dieser Arbeit gegenüber den anderen Modellen wesentliche Vorteile bietet:

- Zum Aufbau der Deformationsmodelle sind anhand der originalen Polygonnetze stets Vorberechnungen durchzuführen (Preprocessing). Da differentielle Koordinaten in der vorliegenden Arbeit auch bei der Gestaltanalyse (Phase 2)

Anwendung finden, ist ein separates Preprocessing der originalen Modelldaten für die Deformation nicht erforderlich.

- Differentielle Koordinaten - obwohl ursprünglich wie die übrigen flächenbasierten Deformationsmodelle für Dreiecksnetze konzipiert - können darüber hinaus auch zur Deformation von Volumennetzen angewandt werden. Ein separates Berechnungsmodell zur Transformation innerer Knoten von Volumennetzen ist nicht erforderlich.

Die Integration der in Phase 2 definierten Gestaltmerkmale und die Netztransformation selbst werden detailliert in Kap. 5 behandelt.

3.3.4 Validierung des adaptierten 3D-Netzmodells

Um Aussagen zur Eignung des deformierten Netzmodells für dessen Anwendungszweck treffen zu können, wird in der letzten Phase der *Netzdeformation* die Netzgeometrie hinsichtlich verschiedener Kriterien analysiert (Tab. 3.4). Die Prüfkriterien leiten sich aus den angewandten weichen Randbedingungen der Netztransformation ab, welche vom deformierten 3D-Netz entsprechend der Optimierungsvorschrift so gut wie möglich eingehalten werden.

Tab. 3.4: Bewertungskriterien des adaptierten 3D-Netzes bei der *Netzdeformation*

Prüfkriterium	Erläuterung
Abstand zur Primärmodelloberfläche	Die als Randbedingungen definierten Zielpositionen für Netzknoten (Punktkorrespondenzen) sind im Allgemeinen nicht für jeden Netzknoten mit gleicher Genauigkeit im adaptierten Netzmodell realisiert. Das adaptierte Netzmodell wird daher hinsichtlich der Distanz zwischen korrespondierenden Modellpunkten analysiert.
Verzerrungen von Netzkomponenten	Zur Identifizierung ungleichmäßiger oder überhöhter Verzerrungen des Netzmodells wird die Berechnung von Maßänderungen von Kanten, Flächenstücken und Zellen angewandt.

Im Ergebnis der Analyse sind den Netzkomponenten Werte (z. B. Abstände zu einer Referenz) zugeordnet, die zur manuellen Auswertung (z. B. Falschfarbentafeln) oder zur Änderung von Transformationsparametern angewandt werden. Auf entsprechende Strategien wird in Kap. 5 und 6 näher eingegangen.

3.4 Datenrepräsentation innerhalb des Verfahrensmodells

3.4.1 Grundlagen zu Datenstrukturen von 3D-Netzmodellen

Datenstrukturen ermöglichen den Zugriff auf alle für eine Anwendung relevanten Netzinformationen. Aus der Komplexität der Netze und aus den Anforderungen verschiedenster Anwendungsszenarien an den Informationsgehalt, an die Analyse und an die Manipulation der Netzstrukturen sind eine Vielzahl von Beschreibungsformen entstanden. Dabei beeinflussen eine Reihe verschiedener und teils gegensätzlich wirkender Kriterien den Aufbau einer Datenstruktur für 3D-Netze. Abhängig von der Netzbeschaffenheit (z. B. Anzahl der Flächenstücke) und von den Anwendungsfällen stellen Datenstrukturen daher einen Kompromiss einzelner Kriterien dar. Eine Übersicht zu Einflusskriterien auf die Definition von Datenstrukturen dreidimensionaler Netze, sowie die Berücksichtigung ausgewählter Kriterien innerhalb der vorliegenden Arbeit sind in Tab. 3.5 gegeben.

Tab. 3.5: Einflusskriterien auf den Aufbau von 3D-Netzdatenstrukturen

Kriterium	Beschreibung
<u>In der vorliegenden Arbeit berücksichtigt:</u>	
Netztyp	Polygonnetz oder Volumennetz
Elementtyp	Dreiecke, Tetraeder oder beliebige Polygone/Polyeder
Nachbarschaft	Nachbarschaftsbeziehungen, die häufig abgefragt werden
Zusatzinformationen	Daten zusätzlich zur Geometrie/Topologie (Technologieparameter)
Performance	Rechenzeit bei Erstellung und Abfragen
Mannigfaltigkeit	Mannigfaltige und nicht-mannigfaltige Topologie abbildbar
<u>In der vorliegenden Arbeit nicht berücksichtigt:</u>	
Statisch/Dynamisch	Änderungen der Geometrie/Topologie
Regularität	Alle Netzelemente mit konstanter Anzahl an Nachbarelementen
Handhabbarkeit	Erweiterbarkeit, Unabhängigkeit von Datentypen, Bedienbarkeit
Speichereffizienz	Speicheraufwand bei Erstellung und Abfragen
Datenmenge	Partielles Laden von Netzabschnitten

Bei der *Netzdeformation* sind vor allem die unterschiedlichen Netz- und Elementtypen sowie die in verschiedenen Algorithmen zur Geometrieanalyse und -manipulation

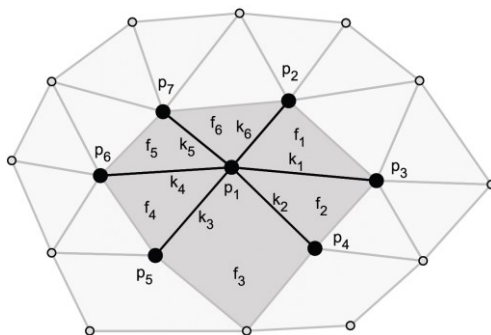
erforderlichen Nachbarschaftsinformationen zwischen Netzkomponenten für die anzuwendenden Netzdatenstrukturen relevant. Weiterhin werden in den Algorithmen gestaltbezogene Daten, die verschiedenen Netzkomponenten zuzuordnen sind, generiert und weitergegeben. Diese müssen in den Datenstrukturen berücksichtigt werden. Ferner laufen für Netzmodelle anzuwendende Algorithmen häufig iterativ ab und verarbeiten Mengen von Netzkomponenten im Bereich von einigen Zehntausend bis Millionen Stück. Um geringe Rechenzeiten realisieren zu können, sollten daher mehrfach abzurufende Informationen unmittelbarer Bestandteil der Datenstruktur sein und nicht erst durch Berechnung aus anderen Netzinformationen hervorgehen.

3.4.2 Nachbarschaften und Mannigfaltigkeit von Netzkomponenten

Mit Nachbarschaften kann lokal die topologische Umgebung von Netzkomponenten (Punkten, Kanten, Flächenstücken) beschrieben werden. Viele Algorithmen zur Analyse und Manipulation von Polygonnetzen erfordern die Nachbarschaft der Netzbestandteile, welche z. B. durch die 1-Ring-Punkt-Nachbarschaft

$$\mathcal{N}_P(p_i) = \{p_{n_j}\} \quad \text{mit} \quad j \in [1, N_{\mathcal{N}_P(p_i)}] \subset \mathbb{R} \quad \text{und} \quad n_j \in [1, N_P] \subset \mathbb{R}$$

definiert werden kann. Sie stellt für einen Punkt p_i die Menge aller Punkte p_{n_j} dar, die eine gemeinsame Kante mit ihm haben. Analog enthalten die 1-Ring-Kanten- und die 1-Ring-Flächen-Nachbarschaft ($\mathcal{N}_K(p_i)$ bzw. $\mathcal{N}_F(p_i)$) die direkt an einen Punkt angrenzenden Kanten bzw. Flächenstücke (Abb. 3.13). Weitere Darstellungen von Nachbarschaften sind z. B. die an eine Kante bzw. an ein Polygon angrenzenden Flächenstücke ($\mathcal{N}_F(k_i)$ bzw. $\mathcal{N}_F(f_i)$).



$$\mathcal{N}_P(p_1) = \{p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7\}$$

$$\mathcal{N}_K(p_1) = \{k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6\}$$

$$\mathcal{N}_F(p_1) = \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6\}$$

Abb. 3.13: 1-Ring-Nachbarschaft eines Polygonnetzes

Die Ausführungen zu Nachbarschaftsbeziehungen in Polygonnetzen gelten auch für Volumennetze. Die Familie der 1-Ring-Nachbarschaften ist zudem um die 1-Ring-Zellen-Nachbarschaft $\mathcal{N}_Z(p_i)$ zu erweitern. Sie enthält alle an einen Punkt angrenzenden Zellen.

Weitere gebräuchliche Nachbarschaftsbetrachtungen umfassen die Nachbarzellen eines Flächenstücks $\mathcal{N}_z(f_i)$ oder einer Kante $\mathcal{N}_z(k_i)$.

Ist die 1-Ring-Punkt-Nachbarschaft homöomorph zur Kreisscheibe, d. h. bildet sie topologisch tatsächlich einen Ring (oder im Falle eines Randpunktes einen Halbring), wird dieser Bereich als *mannigfaltig*¹¹ definiert (Vgl. Abb. 3.13). Ein Polygonnetz ist keine Mannigfaltigkeit, wenn die Umgebung mindestens eines Punktes nicht mannigfaltig ist. Dazu zählen Oberflächenabschnitte, die sich in einem Punkt treffen, oder Kanten mit mehr als zwei Nachbarpolygonen (Beispiele in Abb. 3.14).

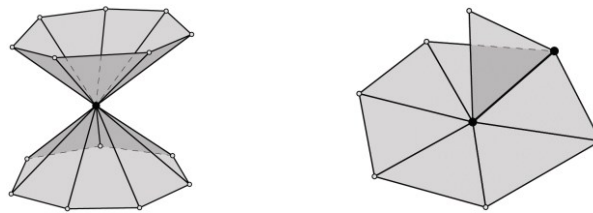


Abb. 3.14: Beispiele nicht mannigfaltiger Netzstrukturen

Da viele mathematische Operationen mannigfaltige Netze erfordern, wird in solchen Fällen entweder die Netztopologie verändert oder eine Auftrennung in mehrere mannigfaltige Strukturen vorgenommen. Wenn nicht anders vermerkt, werden Polygonnetze in dieser Arbeit stets als mannigfaltig vorausgesetzt.

3.4.3 Übersicht ausgewählter Datenstrukturen von 3D-Netzmodellen

Nachfolgend wird eine Auswahl von Datenstrukturen für Flächen- und für Volumennetze vorgestellt. Im Fokus steht dabei, die Unterschiede in den Möglichkeiten und der Effizienz von Nachbarschaftsabfragen aufzuzeigen. Der Aufbau der Datenstrukturen unterscheidet sich in den explizit integrierten Netzkomponenten sowie deren Beziehungen untereinander.

¹¹ Steht bei Polygonnetzen in der Literatur häufig verkürzt für „mannigfaltig der Dimension 2“ oder „2-mannigfaltig“.

Tab. 3.6: Ausgewählte Datenstrukturen von Polygonnetzen

Datenstruktur	Erläuterung
Polygonliste	In der Polygonliste ist jedes Polygon durch die Angabe der 3D-Koordinaten seiner Eckpunkte definiert (Anhang A.4, Abb. A.4.1). Dem Vorteil ihrer Einfachheit stehen zwei Nachteile gegenüber. Zum einen werden 3D-Koordinaten von Punkten, die zu mehreren Polygonen gehören, mehrfach definiert. Durch die Redundanz der Daten ist der Speicherbedarf höher als zur eindeutigen Definition notwendig wäre. Zum anderen sind keine Informationen zur Konnektivität der Netzknoten enthalten. Nachbarschaftsbeziehungen sind damit weder explizit noch implizit aus der Datenstruktur abrufbar.
Punktliste	Bei der Punktliste wird die Datenredundanz der Polygonliste vermieden, indem die Koordinaten jedes Netzknotens nur einmal definiert sind. Die Polygone sind durch Referenzen auf ihre Eckpunkte beschrieben (Anhang A.4, Abb. A.4.2). Der Speicherbedarf beträgt zirka die Hälfte im Vergleich zur Polygonliste, Nachbarschaftsinformationen sind jedoch auch hier nicht abgebildet.
Halbkantenliste (engl. <i>half-edge list</i>) [Ket99]	Kanten sind in den beiden vorhergehenden Datenstrukturen nicht explizit vorhanden. Zusatzinformationen, die sich auf Netzkanten beziehen, sind damit nicht handhabbar. Die Halbkantenliste ist eine Weiterentwicklung der Geflügelten Kantenliste (engl. <i>winged-edge list</i> [Bau72]), in der Kanten das bestimmende Element zur Abbildung der Netzkonnektivität sind. Sie enthalten Referenzen auf ihre Endpunkte, angrenzenden Flächenstücke und ihre benachbarten Kanten. Der wesentliche Unterschied der Halbkantenliste ist die Abbildung aller (ungerichteten) Netzkanten durch zwei entgegengesetzt orientierte Halbkanten (Anhang A.4, Abb. A.4.3). Sie bietet dadurch die besten Laufzeiten für Nachbarschaftsabfragen, benötigt bei vollständiger Implementierung jedoch etwa den doppelten Speicherplatz der Polygonliste.

Neben den aufgeführten Datenstrukturen existieren viele abgeleitete Netzrepräsentation, die nicht alle Nachbarschaften abbilden, dafür aber weniger Speicher benötigen (z. B. in [BS97]), optimiert für Dreiecksnetze sind (z. B. in [CKS99]) oder auch nicht mannigfaltige Polygonnetze abbilden können (z. B. in [FH03]).

Tab. 3.7: Ausgewählte Datenstrukturen von Volumennetzen

Datenstruktur	Erläuterung
Punktliste	In vielen Dateiformaten ist die Punktliste die gängige Form, Volumennetze zu speichern. Analog zur Definition für Polygonnetze beinhaltet sie jeweils eine Liste für Punkte und Zellen. Eine Zelle ist dabei durch Referenzen ihrer Eckpunkte definiert. Folglich sind auch hier Nachbarschaftsinformationen nicht direkt aus der Datenstruktur extrahierbar.
Ein-Ebenen-Hierarchie (engl. <i>hierarchical one-level structure</i>) [BS97]	Sie beinhaltet für alle topologischen Netzbestandteile jeweils die aufwärts- und die abwärtsgerichteten Nachbarschaften (Anhang A.4, Abb. A.4.4). Den vergleichsweise geringen Laufzeiten für Umgebungsabfragen steht ein hoher Speicherbedarf gegenüber.
Zirkular-Hierarchie (engl. <i>hierarchical circular structure</i>) [BS97]	Sie ist abgeleitet von der Ein-Ebenen-Hierarchie, beinhaltet jedoch nur die abwärtsgerichteten Nachbarschaften. Die kreisförmige Charakteristik entsteht durch die zusätzliche Definition von Nachbarzellen je Punkt (Anhang A.4, Abb. A.4.5). Die nicht definierten, aufwärtsgerichteten Nachbarschaften sind durch Traversierung der gesamten Kreisstruktur ermittelbar.
Halbflächenliste (engl. <i>half-face list</i>) [AJ05]	Sie überträgt das Prinzip der Halbkantenliste auf Volumennetze und ist damit die Datenstruktur, die für häufige Nachbarschaftsabfragen zwischen allen Netzbestandteilen geeignet ist.

Überdies existiert eine Vielzahl weiterer Datenstrukturen, deren Augenmerk nicht vordergründig auf der effektiven Handhabung der Netzkonnektivitäten liegt. In [MHD11] wird eine für *Ray-Casting*¹² optimierte Datenstruktur für Volumennetze präsentiert, [FKP05] untersucht eine Reihe von Datenstrukturen zur effektiven Berechnung von 3D-Modellen mit dynamischer Netzauflösung (engl. *level-of-detail*). Eine Datenstruktur, die sowohl Flächen- als auch Volumennetze repräsentieren kann, wird in [BBC03] vorgestellt und [DRE13] präsentiert eine von der Halbflächenliste abgeleitete Implementierung, die Netze mit sowohl flächigen als auch volumenbehafteten Umgebungen sowie Nicht-Mannigfaltigkeiten abbilden kann.

3.4.4 Datenstrukturen bei der Netzdeformation

Bei der *Netzdeformation* werden Algorithmen zur Geometrieanalyse und -manipulation dreidimensionaler Netze angewandt. Dabei muss nicht immer auf alle Netzkomponenten zugegriffen werden. In Tab. 3.8 werden die Verfahrensphasen hinsichtlich der in

¹² Verfahren der Computergrafik, das zur Visualisierung von Volumendaten eingesetzt wird

Algorithmen anzuwendenden Nachbarschaften zwischen Netzkomponenten analysiert. Es zeigt sich, dass in allen Verfahrensphasen überwiegend punktbasierte Algorithmen angewandt werden, die auf 1-Ring-Nachbarschaften zugreifen.

Tab. 3.8: Angewandte Nachbarschaftsinformationen in Algorithmen der *Netzdeformation*

Verfahrensphase	Ziel	Erläuterung
Erzeugung erforderlicher Geometriedaten (Phase 1)	Separierung der Netzmodelloberfläche	Für ein gegebenes Volumennetz sind die Flächenstücke zu identifizieren, welche nur eine angrenzende Zelle besitzen.
Erzeugung von Gestaltmerkmalen (Phase 2)	Krümmungsberechnung	Krümmungen werden für einzelne Netzknoten unter Berücksichtigung der lokalen Umgebung berechnet. Je nach angewandtem Algorithmus ist auf angrenzende Punkte, Kanten oder Flächenstücke zuzugreifen.
	Segmentierung	Zur Gruppierung benachbarter Punkte mit gleichen Eigenschaften (z. B. Krümmung) sind Nachbarschaften zwischen den Netzknoten abzubilden.
Transformation der Geometrie des initialen Netzmodells (Phase 3)	Festlegung von Punktkorrespondenzen	Punktkorrespondenzen sind Vektoren, die zwischen Netzknoten der zu registrierenden Modelle definiert sind. Um über das gesamte zu verformende Netzmodell gleichmäßig verlaufende Korrespondenzvektoren zu erhalten, sind diese für benachbarte Netzknoten zu analysieren und ggfs. zu verändern.
	Deformation	Benachbarte Netzelemente sollen bei der Deformation gleichmäßig verzerrt werden. Bei der Berechnung der Zielkoordinaten von Netzknoten in Optimierungsrechnungen sind daher die an Netzknoten angrenzenden Kanten sowie Flächenstücke bzw. Zellen zu berücksichtigen.

Die Repräsentationsformen von Netzmodellen, die für die angewandten Algorithmen erforderlich sind bzw. von ihnen unterstützt werden, können Tab. 3.9 entnommen werden. Grundlegend unterstützen alle flächenbasierten Algorithmen Dreiecksnetze und der Algorithmus zur Deformation innerer Netzknoten Tetraedernetze. Um beliebige Netzmodelle innerhalb der Prozesskette abbilden zu können, sind darüber hinaus sowohl Polygon- als auch Volumennetze mit beliebigen Elementen erforderlich.

Tab. 3.9: Erforderliche Repräsentationsformen von 3D-Netzen bei der *Netzdeformation*

Repräsentationsform	Erläuterung
Volumennetz	Das importierte initiale Netz- sowie das Primärmodell können durch ein Volumennetz mit beliebigen Zellen definiert sein.
Tetraeder- und Hexaedernetz	Der angewandte Deformationsalgorithmus unterstützt Volumennetze mit Tetraeder- und mit Hexaederelementen.
Polygonnetz	Die Oberfläche des initialen Netz- und des Primärmodells kann durch flächenhafte Netze mit beliebigen Flächenstücken definiert sein.
Dreiecks- und Vierecksnetz	Die angewandten Algorithmen zur Krümmungsberechnung sowie zur Deformation der Netzmodelloberfläche unterstützen sowohl Dreiecks- als auch Vierecksnetze.

In den verschiedenen Verfahrensschritten werden darüber hinaus Daten erzeugt und angewandt. Eine Übersicht ist in Tab. 3.10 gegeben.

Tab. 3.10: Aus den Netzdaten erzeugte und angewandte Daten bei der *Netzdeformation*

Daten	Erläuterung
Geschlecht	Das Geschlecht ist dem Primär- und dem initialem Netzmodell als Einzelwert global zugeordnet.
lokale Eigenschaften	Der LBO und die Krümmung sind für jeden Punkt eines Netzes definiert.
Segmente	Alle Netzkomponenten können erzeugten Segmenten zugeordnet sein. Segmente haben verschiedene Merkmale, die bei der Netztransformation angewandt werden (z. B. Regelgeometrieparameter).
Punktkorrespondenzen	Netzpunkten des initialen Netzmodells können Koordinaten auf der Oberfläche des Primärmodells zugeordnet sein.
Validierungsdaten	Allen Netzkomponenten können Werte, die durch die Auswertung des deformierten Netzes entstehen, zugeordnet sein.

Zur Abbildung der Netzkonfiguration (Netztyp und Nachbarschaften zwischen Netzkomponenten) sowie der in den verschiedenen Teilprozessen erzeugten Daten werden verschiedene Datenstrukturen für die *Netzdeformation* angewandt.

Für die Repräsentation dreidimensionaler Netze wird die Datenstruktur nach Abb. 3.15 angewandt.

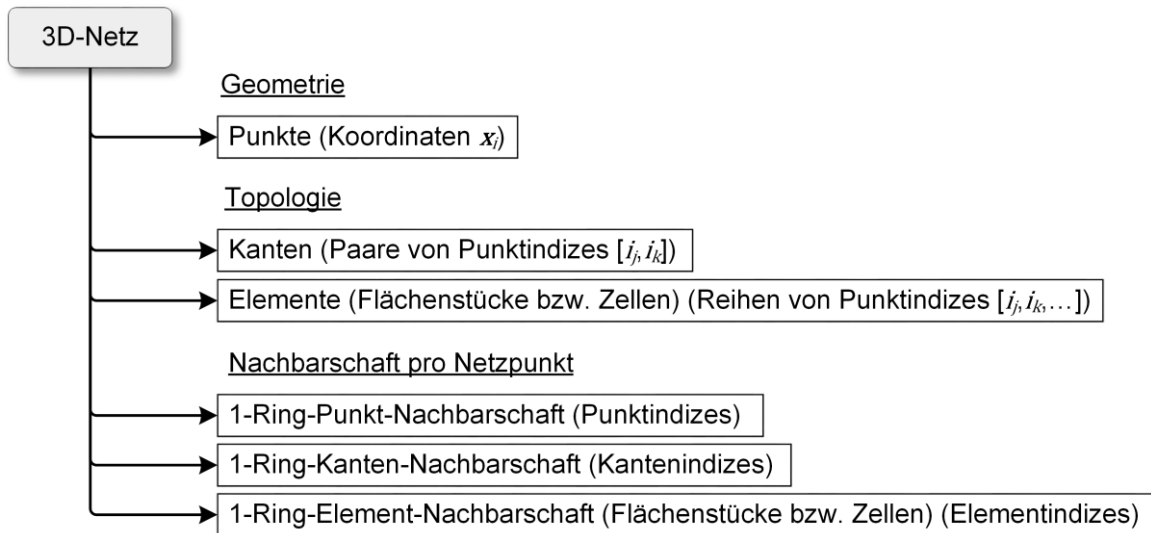


Abb. 3.15: Definition der Datenstruktur dreidimensionaler Netze

Der Aufbau entspricht dem einer Punktliste (Vgl. Kap. 3.4.3), die um Kanten- und Nachbarschaftsinformationen erweitert ist. Die Datenstruktur eignet sich zur Abbildung sowohl von Flächen- als auch von Volumennetzen mit beliebigen Polygonen bzw. Polyedern als Flächenstücke bzw. Zellen.

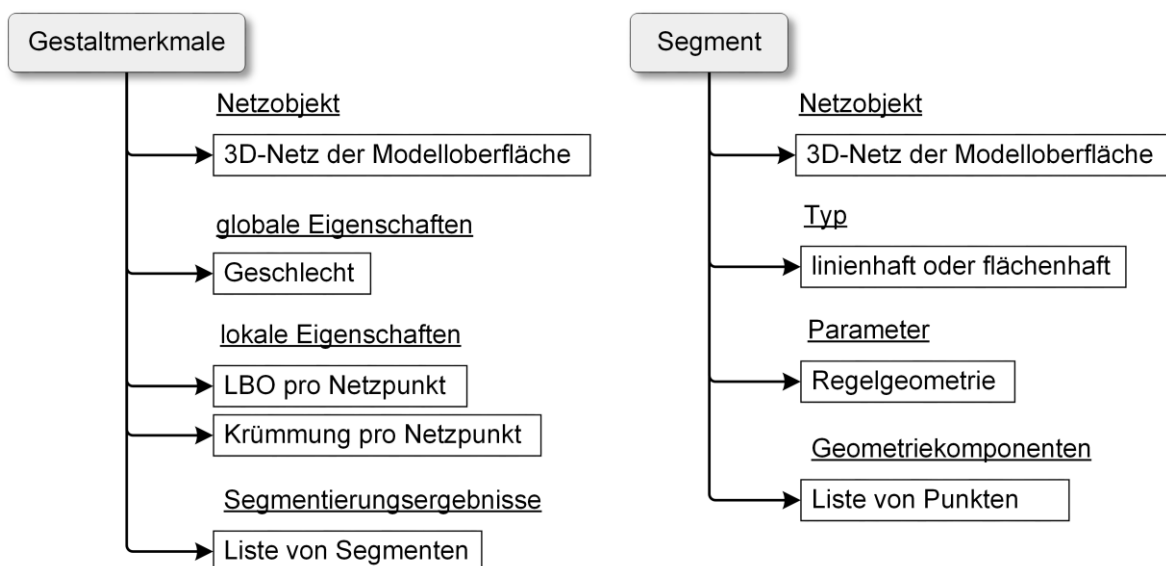


Abb. 3.16: Definition der Datenstrukturen von Gestaltmerkmalen

Eine Datenstruktur für die in Kap. 3.3.2.5 definierten Gestaltmerkmale ist in Abb. 3.16 dargestellt. Sie enthält die Gesamtheit aller für ein Netzmodell definierten Gestaltmerkmale sowie eine Referenz auf das 3D-Netzmodell. Globale Eigenschaften beziehen sich stets auf das Geometriemodell als Ganzes, lokale Eigenschaften auf einzelne Netzknoten. Die Eigenschaften von Segmenten werden in separaten Datenstrukturen abgebildet. Sie

enthalten neben dem Verweis auf das referenzierte Netzobjekt den Typ, die Parameter (z. B. Maßangaben) und die Geometriekomponenten, welche das Segment bilden.

Zur Abbildung von Verknüpfungen von Primär- und von initialem Netzmodell sind Datenstrukturen für Punktkorrespondenzen definiert, in denen Knoten des initialen Netzmodells Zielpositionen auf der Modelloberfläche des Primärmodells zugeordnet sind (Abb. 3.17). Punktkorrespondenzen werden in der dritten Phase der *Netzdeformation* definiert und bei der Transformation des initialen Netzmodells angewandt.

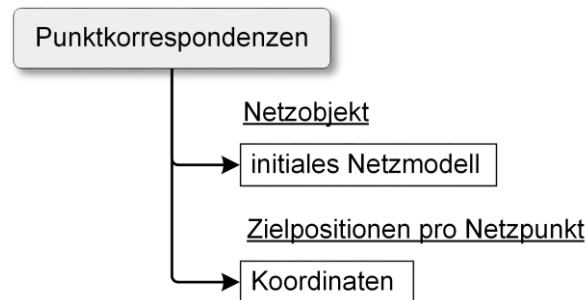


Abb. 3.17: Definition der Datenstruktur für Verknüpfungen von Primär- und initialem Netzmodell

4 Methoden zur Erzeugung von Gestaltmerkmalen

In diesem Abschnitt werden die in Kap. 3 eingeführten Grundlagen zur Definition und zur Erzeugung von Gestaltmerkmalen konkretisiert. Dazu wird das Geschlecht von Geometriemodellen eingeführt und dessen Eignung als globales Gestaltmerkmal bei der *Netzdeformation* analysiert (Kap. 4.1). Weiterführend werden Methoden zur Bestimmung lokaler Eigenschaften, wie dem LBO und der Krümmung von Dreiecksnetzen, erläutert (Kap. 4.2) sowie Berechnungsverfahren zur Segmentierung von Dreiecksnetzen entwickelt (Kap. 4.3).

4.1 Geschlecht dreidimensionaler Geometriemodelle

4.1.1 Definition und Berechnungsmethodik

Mit dem Geschlecht wird die Gestalt eines Objektes global charakterisiert. Es wird in Form einer natürlichen Zahl angegeben und entspricht veranschaulichend der Anzahl der Henkel oder der Tunnel eines Objektes (Abb. 4.1).

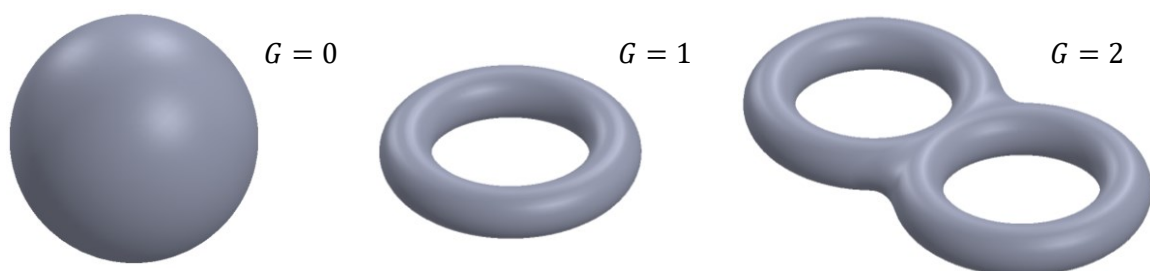


Abb. 4.1: Geschlecht G von Objekten

Zur Berechnung wird die Euler-Poincaré-Charakteristik χ angewandt. Sie definiert den Zusammenhang zwischen der Anzahl von Punkten, von Kanten und von Flächenstücken einer tesselierten Modelloberfläche (Gl. 4.1). Unter Berücksichtigung der Anzahl der

Ränder N_R des Modells kann das Geschlecht G gemäß Gl. 4.2 bestimmt werden ([Die10], Beispiel in Abb. 4.2). Die Gleichungen gelten unabhängig von der Tesselierung der Objekte. Eine Netzverfeinerung/-vergröberung hat keinen Einfluss auf das Geschlecht des Objektes.

$$\chi = N_{\mathcal{P}} - N_{\mathcal{K}} + N_{\mathcal{F}} \quad (4.1)$$

$$\chi = 2 - 2G - N_R \quad (4.2)$$

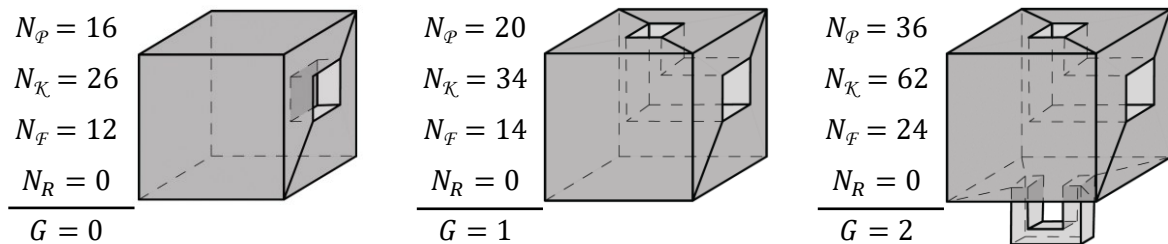


Abb. 4.2: Beispiele zur Berechnung des Geschlechts von Objekten

Der Rand eines Polygonnetzes ist durch eine Menge zusammenhängender Kanten definiert, die jeweils nur ein benachbartes Flächenstück besitzen. Ein Polygonnetz mit mindestens einem Rand wird als offen bezeichnet, geschlossene Polygonnetze besitzen keinen Rand (Abb. 4.3). Werden durch Entfernen von Polygonen Löcher (und damit Ränder) im geschlossenen Polygonnetz erzeugt, ändert sich das Geschlecht nicht. Eine offene Polygonfläche ist somit eine (ursprünglich) geschlossene Fläche mit einem Rand.

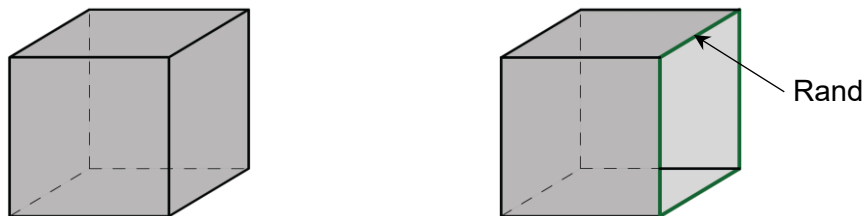


Abb. 4.3: Geschlossenes (links) und offenes (rechts) Polygonnetz

4.1.2 Anwendbarkeit bei der Netzdeformation

Das Geschlecht wird bei der *Netzdeformation* bestimmt, um die Machbarkeit der Angleichung der Modelloberflächen vom Primär- und vom initialen Netzmodell durch Deformation festzustellen. Es gilt, dass die Oberflächen von geschlossenen Geometriemodellen gleichen Geschlechts sich stets durch Deformation ineinander überführen lassen (Homöomorphie, Beispiel in Abb. 4.4). Um bei offenen Primärmodellen auch Löcher angleichen zu können (ohne im initialen Netzmodell Flächenstücke entfernen zu müssen), muss zudem auch die Anzahl der Ränder in den Eingangsmodellen identisch sein.

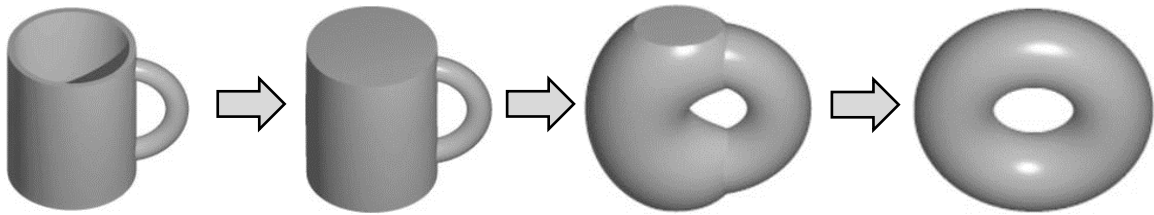


Abb. 4.4: Homöomorphie gleichgeschlechtlicher 3D-Objekte (Beispiel)

Für die *Netzdeformation* gilt, dass die Gleichheit bzw. die Ungleichheit des Geschlechts der Eingangsmodelle keine Grundvoraussetzung für die Durchführbarkeit bzw. die Nichtdurchführbarkeit der weiteren Prozesskette darstellt. Einzig die Ausschnitte der Modelloberflächen, die vollständig zur Deckungsgleichheit gebracht werden sollen, müssen gleichgeschlechtlich sein und die gleiche Anzahl an Rändern besitzen. Für Modellbereiche, die sich ohne Korrespondenz zum Primärmodell deformieren sollen, besitzt das Geschlecht hingegen keine Relevanz. Abb. 4.5 zeigt dazu das Beispiel von drei Geometriemodellen A, B und C. Die Oberflächen der Modelle A und B sind aufgrund des gleichen Geschlechts und der gleichen Randanzahl durch Deformation vollständig ineinander überführbar. Eine vollständige Adaption der Oberflächen eines der vorherigen Modelle und Modell C ist in Folge der verschiedenen Geschlechter nicht möglich. Werden lediglich die Hauptkörper ohne die Flanschbereiche betrachtet, ist eine Adaption hingegen möglich.

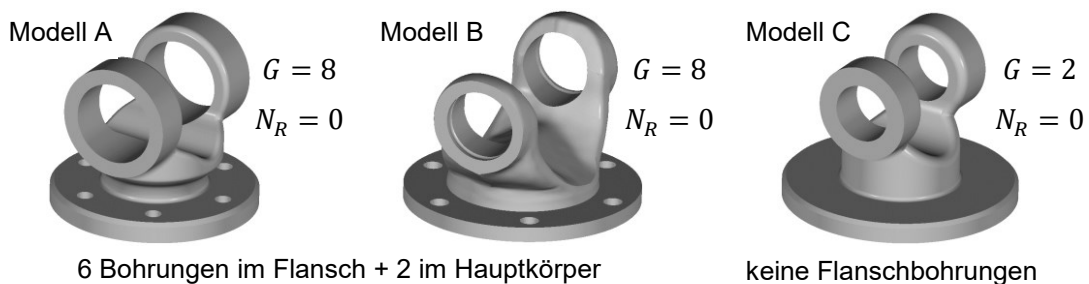


Abb. 4.5: Geschlecht verschiedener 3D-Lagerbock-Modelle

Eine Identifizierung der Modellbereiche, aus welchen die unterschiedlichen Werte des Geschlechts resultieren, ist mit der Berechnungsmethode nicht möglich. Im angegebenen Beispiel handelt es sich dabei um die sechs Flanschbohrungen, die im Modell C nicht enthalten sind. Im Fall von unterschiedlichen Geschlechtern sind die Eingangsmodelle an den Henkel- bzw. Tunnelbereichen nicht durch Deformation adaptierbar. Wie im folgenden Abschnitt ergänzend dargelegt wird, ermöglichen weiterführende Strategien jedoch die Identifizierung entsprechender Gebiete und begünstigen damit die *Netzdeformation* nichtgleichgeschlechtlicher Geometriemodelle.

4.1.3 Weiterführende Methoden

Die Oberflächen von Geometriemodellen unterschiedlichen Geschlechts sind durch Deformation nicht vollständig aneinander adaptierbar. Nichtsdestotrotz können in den Modellen gleichgeschlechtliche Oberflächenabschnitte existieren, auf die die *Netzdeformation* anwendbar ist. Die Erzeugung von Punktkorrespondenzen ist daher auf diese Gebiete zu beschränken. Zur Festlegung entsprechender Bereiche eignen sich folgende Strategien:

- Berechnung von Tunnelbereichen innerhalb der Dreiecksnetze und Identifizierung von Tunneln ohne Korrespondenz im jeweils anderen Eingangsmodell (Abb. 4.6) sowie
- Identifikation und Selektion der Netzbereiche durch einen Anwender in interaktiven Computerprogrammen.

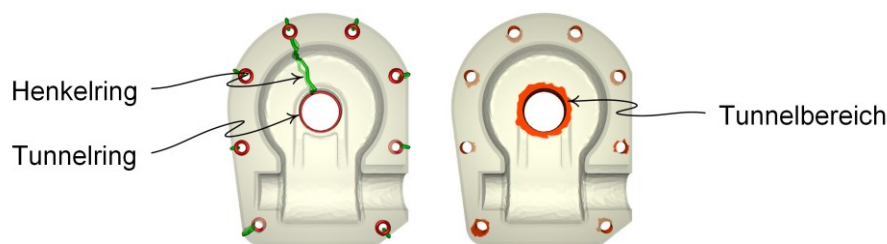


Abb. 4.6: Pfade entlang von Henkeln (grün) und Tunneln (rot) in Dreiecksnetzen (aus [DLS08])

Zur algorithmischen Bestimmung von Henkeln und Tunneln wird in [DLS08] ein Verfahren präsentiert, mit dem Pfade entlang von Netzpunkten des Dreiecksnetzes identifiziert werden, auf denen Henkel bzw. Tunnel auf kürzestem Weg umlaufen werden. Aus den Ringen werden im Weiteren Tunnelbereiche berechnet, welche jeweils die Menge aller Dreiecke an einem Tunnel darstellen (Abb. 4.6 rechts).

Durch manuelle Selektion oder Berechnung von Korrespondenzen zwischen Segmenten anhand definierter Kriterien (Vgl. Kap. 5.2.3) sind Tunnelsegmente bestimmbar, die keine Korrespondenz im jeweils anderen Eingangsmodell besitzen. Die entsprechenden Netzknoten bleiben in der Folge bei der Erzeugung von Punktkorrespondenzen unberücksichtigt (Abb. 4.7).

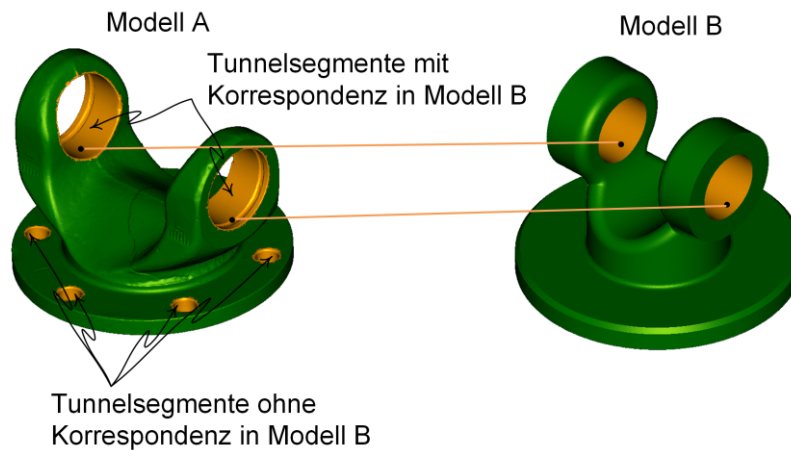


Abb. 4.7: Geschlechtsbestimmende Modellbereiche und Definition korrespondenzfreier Tunnel

Algorithmische Korrespondenzanalysen sind aufgrund der Komplexität der Gestalt von Objekten anfällig für falsche und für nicht detektierte Korrespondenzen (Vgl. Kap. 3.3.3.4). Dies trifft auch auf die Identifizierung von Tunnelsegmenten ohne Korrespondenz zu. Anwenderbegleitete Strategien, bei denen durch manuelle Interaktion korrespondierende Tunnelbereiche definiert werden, begünstigen bei der *Netzdeformation* die Detektion korrespondenzfreier Gebiete in den Eingangsmodellen.

4.2 Krümmungsberechnung an Dreiecksnetzen

4.2.1 Diskreter Laplace-Beltrami-Operator

In Kap. 3.3.2.2 wurden differentielle Eigenschaften stetiger Flächen zur Berechnung von Oberflächenkrümmungen eingeführt. Es wurde dargelegt, dass die Konzepte für Polygonnetze, die diskrete Näherungen stetiger Flächen darstellen, nicht unmittelbar angewandt werden können. Allerdings können mit diskreten LBO diskrete differentielle Flächeneigenschaften von Polygonnetzen definiert werden, die eine Approximation der Eigenschaften stetiger Flächen darstellen. Die Herleitung diskreter LBO basiert auf der Annahme, dass punktweise Werte durch die Konvergenz definierter Werte über Flächengebiete berechnet werden können ([BKP10], [MDS03], Abb. 4.8, Gl. 4.3).

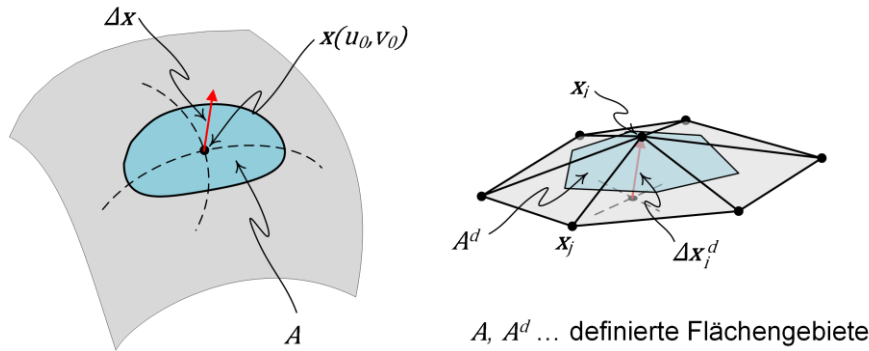


Abb. 4.8: Laplace-Beltrami-Operator im kontinuierlichen und im diskreten Fall

$$\Delta x_i^d = \lim_{\text{diam}(A) \rightarrow 0} \frac{\nabla A}{A} \quad (4.3)$$

In einer Reihe von Veröffentlichungen sind verschiedene Varianten diskreter LBO für Dreiecksnetze präsentiert worden (u. a. in [Tau95], in [MDS03] und in [BSW08]). Alle Berechnungen approximieren den LBO Δx nach Gl. 4.4, wobei sie sich in der Festlegung der Gewichtungsfaktoren ω_{ij} unterscheiden.

$$\Delta x \approx \Delta x_i^d = \sum_{j \in \mathcal{N}_Q(i)} \omega_{ij} (x_i - x_j) \quad (4.4)$$

Das grundlegende Prinzip zur Berechnung diskretisierter LBO sind differentielle Koordinaten. Sie entsprechen der Summe der gewichteten Differenzen der Positionen des betrachteten Netzpunktes mit seinen Nachbarn (Vgl. Gl. 4.4). Eine Unterscheidung zwischen kontinuierlichem und diskretem LBO (Δx bzw. Δx^d) wird im Weiteren nicht fortgeführt. Aus dem Kontext dreidimensionaler Netze und den Gleichungen selbst ist die Interpretation von Δx_i als diskreter LBO für einen Netzpunkt p_i eindeutig.

Der mit dem geringsten Aufwand zu berechnende LBO ist der gleichförmige LBO (engl. *uniform laplacian*). Mit folgenden Gewichtungsfaktoren ist er als das arithmetische Mittel einheitlicher Koordinatendifferenzen definiert und stellt einen Vektor dar, der vom Schwerpunkt der Nachbarn zum betrachteten Punkt zeigt:

$$\omega_{ij} = \frac{1}{N_{\mathcal{N}_Q(p_i)}}. \quad (4.5)$$

Für ungleichförmige Netze¹³ weist er einen großen Diskretisierungsfehler auf und ist damit für die Analyse von Netzen (z. B. Krümmungsberechnung) ungeeignet. Dennoch existiert eine Reihe von Anwendungen, die auf dieser Eigenschaft basieren (z. B. Glättungsalgorithmen [BKP10]).

¹³ Das hier relevante Kennzeichen ist die unterschiedliche Größe von Nachbardreiecken.

Sehr gute Approximationseigenschaften besitzen der Kotangens-LBO (Gl. 4.6) und der *Mean-Value-Coordinates*-LBO (Gl. 4.7). Letzterer stellt bei Vorhandensein von stumpfwinkligen Dreiecken eine bessere Approximation des LBO dar, da er stets positive Werte liefert.

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2A_{mixed,i}} (\cot \alpha_{ij} + \cot \beta_{ij}) \quad (4.6)$$

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2A_{mixed,i}} \frac{(\tan(\theta_{ij}^1/2) + \tan(\theta_{ij}^2/2))}{|x_i - x_j|} \quad (4.7)$$

Die geometrische Bedeutung der enthaltenen Parameter ist in Abb. 4.9 verdeutlicht. Die gesamte blaue Fläche A_{mixed} ist die Summe aller blauen Teilflächen der Dreiecke. Sie ist derart modelliert, dass keine Überschneidungen der Gebiete benachbarter Punkte auftreten. Bei der Berechnung ist zwischen spitz- und stumpfwinkligen Dreiecken zu unterscheiden ([MDS03], Anhang A.5).

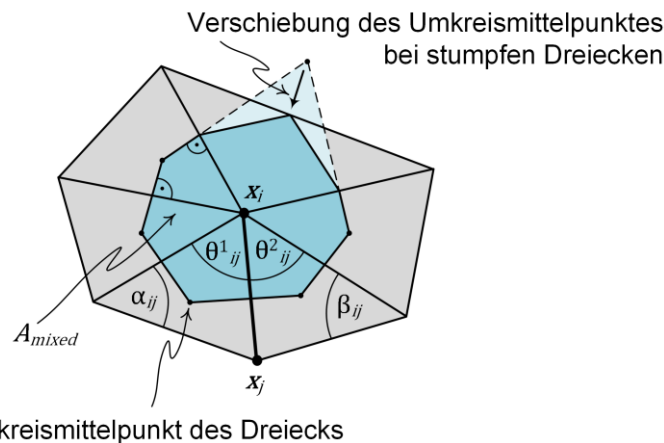


Abb. 4.9: Geometrische Verhältnisse zur Berechnung des Kotangens- und des *Mean-Value-Coordinates*-LBO

Der diskrete LBO wird bei der *Netzdeformation* sowohl in der zweiten Prozessphase zur Erzeugung von Gestaltmerkmalen als auch in der dritten Phase bei der Verformung des initialen Netzmodells angewandt.

4.2.2 Krümmungsoperatoren

Die Krümmung einer Fläche ist ein lokales Maß, das die Abweichung der Geometrie der Fläche von der einer Ebene beschreibt. Da die Oberflächen von Objekten im Allgemeinen unterschiedliche Krümmungsverhältnisse aufweisen, eignet sich die Krümmung als Segmentierungskriterium sehr gut für natürliche und für technische Objekte. Wie in

Kap. 3.3.2.2 erläutert, beinhalten die differentiellen Eigenschaften von Flächen auch stets deren Krümmungsinformation. Auch für den diskreten Fall sind analog zu Gl. 3.7 aus dem LBO Krümmungswerte ableitbar. Für die Berechnung der mittleren Krümmung eines Oberflächennetzes an einem Punkt p_i gilt:

$$\kappa_{H,i} = \frac{1}{2} |\Delta \mathbf{x}_i|. \quad (4.8)$$

Sie wird im Rahmen dieser Arbeit als Krümmungsmaß der Punkte von Netzmodell-oberflächen angewandt (Abb. 4.10). Dabei ist jedem Netzknoten ein Krümmungswert zugeordnet.

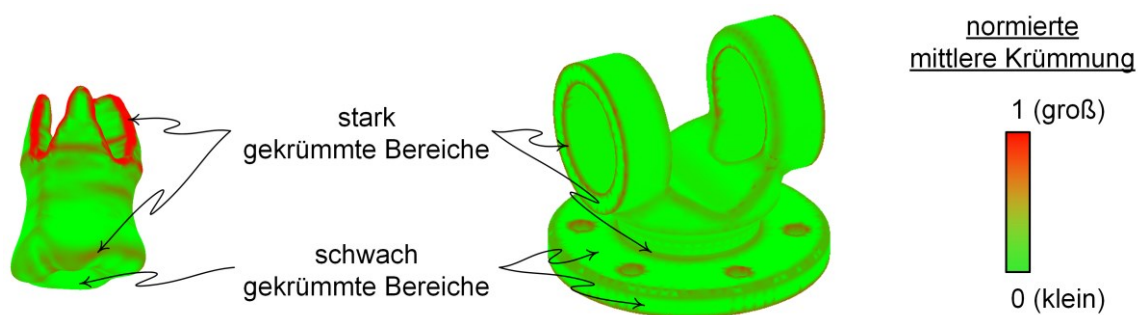


Abb. 4.10: Falschfarbendarstellung der normierten mittleren Krümmung von Dreiecksnetzen (Beispiel Backenzahn, Lagerbock)

Die Abbildung zeigt beispielhaft die Krümmungsverläufe der Oberflächen zweier Objekte. Rote Bereiche markieren hohe, grüne Bereiche niedrige Krümmungswerte. Die in der Abbildung angewandte Skala zeigt die nach Gl. 4.9 in den Einheitsbereich $[0...1]$ transformierten Werte $\kappa_{H,norm,i}$ der Krümmungen an.

$$\kappa_{H,norm,i} = \frac{\kappa_{H,i} - \kappa_{H,min}}{\kappa_{H,max} - \kappa_{H,min}} \quad (4.9)$$

Die Visualisierung der Krümmung verdeutlicht die Erweiterung des Informationsgehalts von Dreiecksnetzen um gestaltbezogene Informationen. Eine für natürliche und für technische Objekte typische Charakteristik ist, dass mit den Oberflächenpunkten entsprechend ihrer Krümmungsmaße voneinander abgetrennte, stark und schwach gekrümmte Bereiche gebildet werden können (Segmentierung). Segmente eignen sich für die *Netzdeformation*, da Korrespondenzen zwischen den Eingangsmodellen nicht nur für einzelne Netzknoten, sondern für Gebiete (z. B. Objektkanten) definierbar sind.

4.2.3 Weiterführende Methoden

In oberflächenbeschreibenden Dreiecksnetzen weisen eine Vielzahl von Punkten annähernd oder exakt gleiche Krümmungswerte auf. Im Umkehrschluss besitzen nur sehr wenige oder gar keine Punkte einen stark abweichenden Krümmungswert im Vergleich zu anderen Punkten. Eine algorithmische Identifizierung eindeutig korrespondierender Punkte in einem zweiten Modell ist aufgrund der redundanten Daten üblicherweise nicht möglich. Dazu kommt, dass die beiden Modelle unterschiedliche Geometrie aufweisen können und damit voneinander abweichende Krümmungswerte tatsächlich korrespondierender Punkte auftreten. Um algorithmisch dieser Komplexität beizukommen und mehr eindeutige Punkt-korrespondenzen aus lokalen Gestaltoperatoren abzuleiten, werden mehrdimensionale Gestaltoperatoren angewandt. Sie bilden entweder weitere Krümmungswerte für einen Netzn punkt (Details in [PPR10]) oder einen Krümmungswert für kleine Gebiete um einen Netzn punkt ab (Beispiele in [GGG05] und [SJG17], Abb. 4.11).

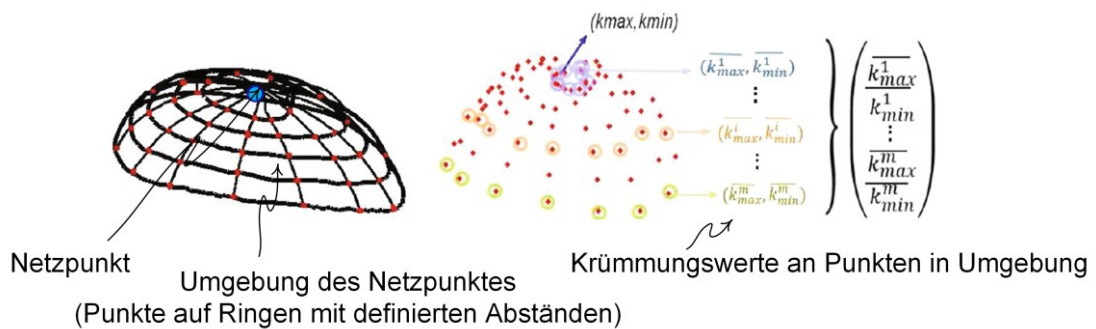


Abb. 4.11: Krümmungsbasierter lokaler Gestaltoperator für Umgebungen von Netzn punkten [SJG17]

Der abgebildete Operator beinhaltet für jeden Ring um einen Netzn punkt den kleinsten und größten Wert der mittleren Krümmung und kann weiterführend um mehrere Krümmungswerte für alle Punkte auf einem Ring erweitert werden. Gestaltoperatoren, die Umgebungen von Netzn punkten abbilden, weisen weniger Redundanzen gegenüber Operatoren auf, die geometrische Eigenschaften einzelner Punkte abbilden.

4.3 Segmentierung von Dreiecksnetzen

4.3.1 Region-growing anhand von Krümmungswerten

Unter Segmentierung von Dreiecksnetzen wird die Gruppierung einzelner Netzelemente zu Segmenten entsprechend definierter Kriterien verstanden. Als Kriterium zur Netzsegmentierung werden im Rahmen dieser Arbeit die zuvor bestimmten Werte der Oberflächenkrümmung jedes Netzpunktes angewandt. Die Erzeugung der Segmente erfolgt nach dem Prinzip des *region-growing*. Dabei wird ein Segment bestehend aus einem (beliebigen) Startpunkt definiert und iterativ um benachbarte Punkte p_i, p_j erweitert, wenn der Unterschied des Krümmungsmaßes kleiner als ein definierter Schwellwert ist (Gl. 4.10, Abb. 4.12).

$$\Delta\kappa_{H,i,j} = \kappa_{H,i} - \kappa_{H,j} \quad (4.10)$$

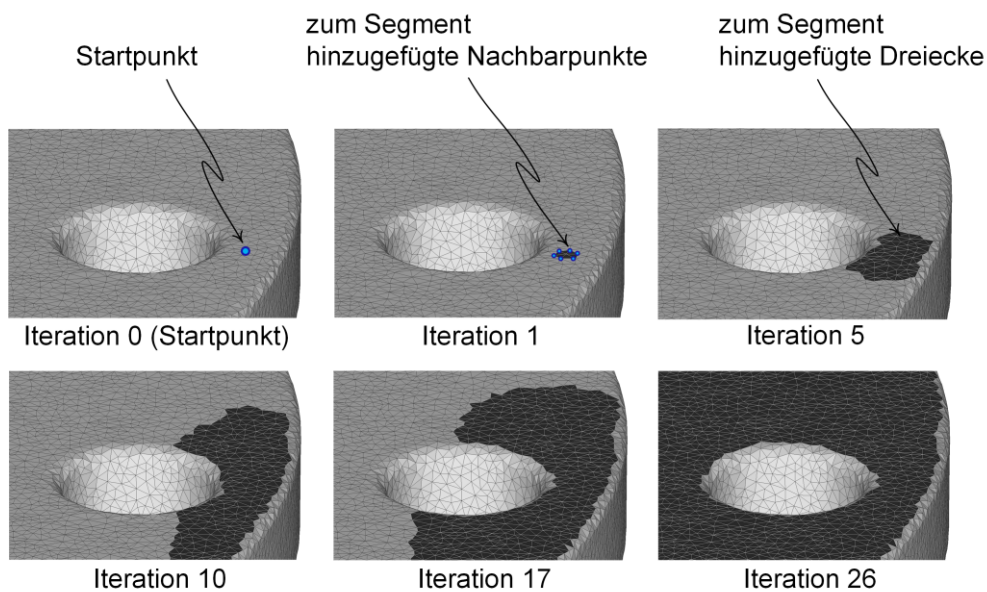


Abb. 4.12: Fortschritt bei der krümmungsorientierten Objektsegmentierung

Abb. 4.13 stellt exemplarisch die krümmungsbasierte Segmentierung eines Objektes mit maximal zulässiger Krümmungsabweichung benachbarter Punkte von $\Delta\kappa_{H,zul,i,j} = 0,8$ und von $\Delta\kappa_{H,zul,i,j} = 0,3$ dar.

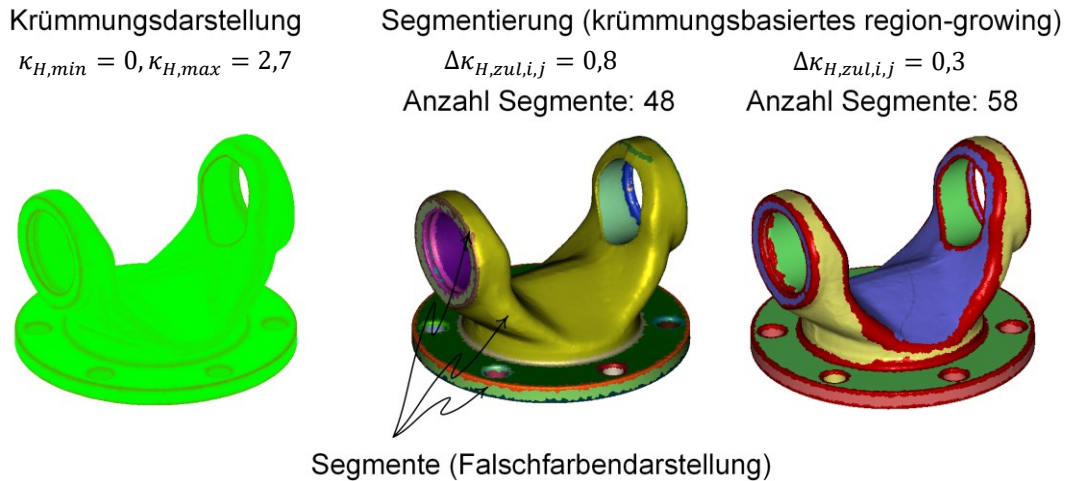


Abb. 4.13: Beispiele für Segmentierungen mit krümmungsbasiertem *region-growing*

Mit der Anwendung der Krümmung als Segmentierungskriterium werden Modellbereiche entsprechend der Krümmungsverläufe der Modelloberfläche voneinander separiert. Ist die Objektgestalt durch variable Krümmungsverläufe gekennzeichnet, bilden die Krümmungsmaße aller Netzknoten ein ganzes Spektrum an Werten ab. Ein einheitlicher Schwellwert $\Delta\kappa_{H,zul,i,j}$ für das gesamte Modell führt folglich zu Über- bzw. zu Untersegmentierungen von Modellbereichen. Dabei werden Modellbereiche zu stark bzw. zu schwach in Segmente unterteilt. Im abgebildeten Beispiel entsteht bei einem Grenzwert von $\Delta\kappa_{H,zul,i,j} = 0,8$ ein sehr großes Segment (Abb. 4.13 Mitte, hellgrün), welches im Gegensatz zu den anderen Segmenten sehr viele unterschiedliche Krümmungsverläufe beinhaltet. Aus der Anwendung eines kleineren Grenzwerts resultiert im Beispiel eine Unterteilung des großen Segments (Abb. 4.13 rechts). Strategien zur Definition geeigneter Grenzwerte sowie Kriterien zur Bewertung, ob eine Unter- oder eine Übersegmentierung in Modellbereichen vorliegt, werden in der vorliegenden Arbeit nicht thematisiert. In allen Beispielen dieser Arbeit wurden die Grenzwerte durch einen Anwender definiert. Eine Berechnung geeigneter, variabler Segmentierungsgrenzwerte ist möglich, wird an dieser Stelle jedoch nicht weiter vertieft. Diesbezüglich wird auf weiterführende Untersuchungen wie in [GPB17] verwiesen, in denen aus Krümmungswerten eines Dreiecksnetzes Histogramme berechnet und diese auf markante Schwellwerte analysiert werden.

4.3.2 Weitere Strategien zur Erzeugung gestaltbezogener Segmente

Die krümmungsbasierte Segmentierung von Dreiecksnetzen eignet sich für Formen, in denen sowohl relativ stark als auch schwach gekrümmte Bereiche vorhanden sind. Mit der Definition von Schwellwerten zulässiger Krümmungsabweichungen werden die Regionen voneinander separiert und können individuell weiterverarbeitet werden. Weitere für

technische und für natürliche Objekte geeignete Segmentierungskriterien, aus denen Gestaltmerkmale algorithmisch abgeleitet werden können, sind

- Gestaltdurchmesser und
- Regelgeometrien.

Beim Gestaltdurchmesser handelt es sich um einen für jeden Netzknoten berechneten lokalen Operator, mit dem ein Maß für die Dicke von Objektstrukturen erzeugt wird (Abb. 4.14).

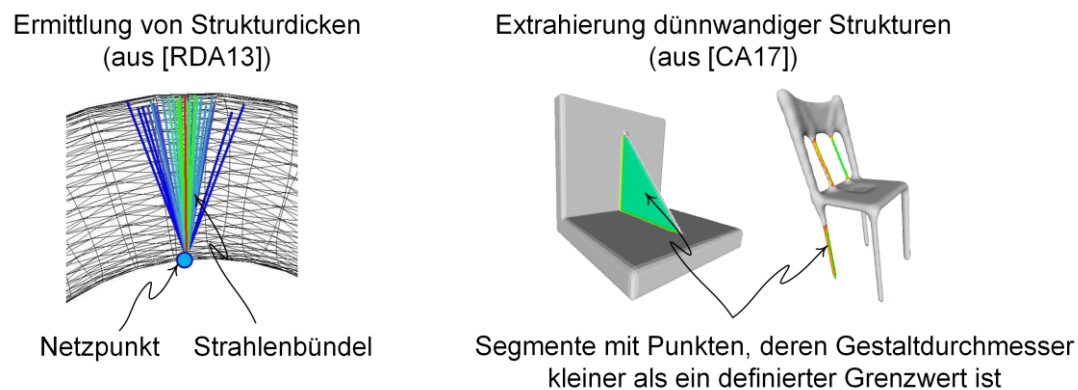


Abb. 4.14: Segmentierung anhand des Gestaltdurchmessers von Punkten

Anhand des Gestaltdurchmessers werden Segmentierungen entsprechend der Dicke von Modellbereichen ermittelt. Er ist damit z. B. zur Identifizierung dünnwandiger Strukturen von Objekten geeignet. Regelgeometrien repräsentieren einfache geometrische Grundformen, wie Ebenen oder Zylinder, und sind vor allem für die Segmentierung von Modellen technischer Objekte interessant (Kap. 4.3.4).

Neben algorithmisch erzeugten Segmentierungen stellen anwendergeführte Objektunterteilungen eine weitere Methode zur Definition geeigneter Segmente für die *Netzdeformation* dar. In interaktiven Computeranwendungen können z. B. durch manuelle Selektion von Objektbereichen Segmente definiert und zur Bestimmung von Objektkorrespondenzen angewandt werden.

4.3.3 Nachbearbeitung von Segmentierungsergebnissen

Für die Weiterverarbeitung der Segmentierungsergebnisse sind mitunter Korrekturen an erzeugten Segmenten notwendig, um im Wesentlichen

- Über- bzw. Untersegmentierungen zu vermeiden und
- kontinuierlich verlaufende Ränder der Segmente sicherzustellen.

Segmente werden in der dritten Phase der *Netzdeformation* zur Erzeugung von Punktkorrespondenzen zwischen den Eingangsmodellen angewandt. Anpassungen der Segmentierungsergebnisse werden vorgenommen, um eine stabile Korrespondenzerzeugung zu begünstigen. Über- bzw. Untersegmentierungen sind durch variable Grenzwerte der maximal zulässigen Abweichung der Krümmungswerte benachbarter Punkte innerhalb eines Segments korrigierbar (Vgl. Kap. 4.3.1).

Die Ränder von Segmenten entsprechen Polygonzügen, die aus Netzkanten der verarbeiteten Dreiecksnetze aufgebaut sind. Entsprechend der Topologie des Netzes und der Koordinaten der Netzknoten auf den Segmenträndern können zerklüftete Verläufe auftreten (Abb. 4.15).

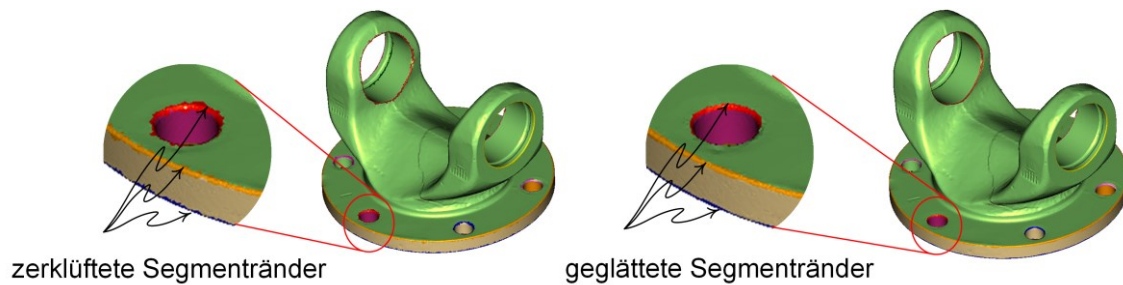


Abb. 4.15: Glättung von Segmenträndern

Segmentränder werden in der dritten Phase des Verfahrensmodells zur Erzeugung von Punktkorrespondenzen angewandt. Dabei werden für Randpunkte des initialen Netzmodells Zielpositionen auf Segmenträndern im Primärmodell definiert. Ränder im Primärmodell, die aufgrund der Netzcharakteristik zerklüftet sind, am repräsentierten Objekt jedoch kontinuierliche Verläufe zeigen, werden geglättet, um in diesen Bereichen keine unerwünschten Netzverformungen zu erzeugen (Abb. 4.16).

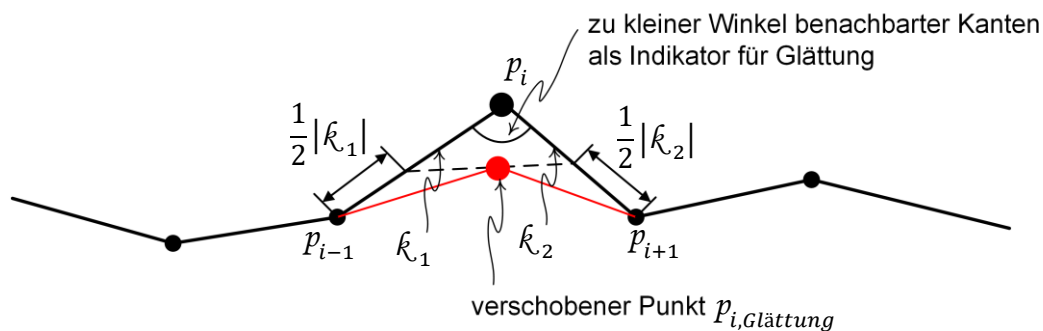


Abb. 4.16: Prinzip der Glättung von Segmenträndern

Die Glättung ist ein iterativer Prozess, bei dem Netzknoten verschoben werden, wenn deren zum Segmentrand gehörige Nachbarkanten einen Winkel, der kleiner als ein definierter Grenzwert ist, einnehmen. Als geeignete Grenzwerte haben sich in den Untersuchungen Werte im Bereich $\alpha_{\text{grenz}} = 150^\circ \dots 170^\circ$ als zielführend herausgestellt. Die neuen Koordinaten eines Punktes nach der Verschiebung werden nach Gl. 4.11 berechnet.

$$\begin{aligned} x_{i,\text{Glättung}} &= x_{i-1} + \frac{1}{2}(x_i - x_{i-1}) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\left(x_{i+1} + \frac{1}{2}(x_i - x_{i+1}) \right) - \left(x_{i-1} + \frac{1}{2}(x_i - x_{i-1}) \right) \right) \\ &= \frac{1}{4}x_{i-1} + \frac{1}{2}x_i + \frac{1}{4}x_{i+1} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Der iterative Glättungsprozess ist beendet, wenn die Winkelbedingung an allen Punkten des Segmentrandes erfüllt ist.

4.3.4 Regelgeometrie

Regelgeometrien stellen weitere Gestaltmerkmale dreidimensionaler Objekte dar, die bei der *Netzdeformation* angewandt werden. Mit deren Berücksichtigung können stabile Verformungsprozesse für Objektbereiche mit einfachen geometrischen Grundformen umgesetzt werden. Als Geometriebeschreibung entsprechender Bereiche der Netzmodelle sind analytische Beschreibungen zu definieren. Da analytische Beschreibungen von Regelgeometrien im Allgemeinen nicht Bestandteil der Geometriedefinition der Eingangsmodelle sind, werden die entsprechenden Parameter aus den Netzdaten ermittelt. Für jedes Segment werden dazu Ausgleichsrechnungen nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate durchgeführt, um Regelgeometrien anhand definierter Kriterien bestmöglich in das Segment einzupassen (Abb. 4.17, Gl. 4.12).

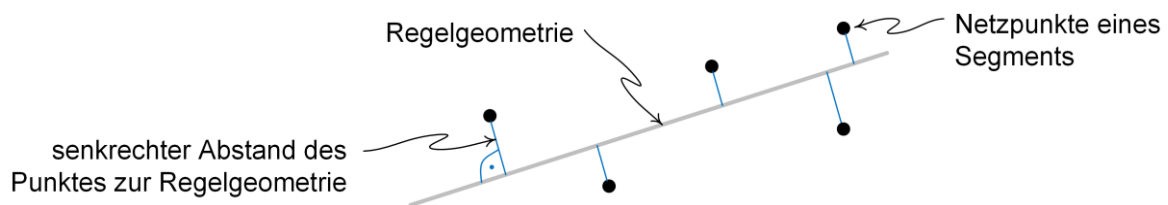


Abb. 4.17: Prinzip der Ausgleichsrechnung zur Regelgeometriebestimmung in Netzdaten

$$v_{opt} = \min_v \sum_i d(x_i, f(v)) \quad (4.12)$$

v ... Regelgeometrieparameter

$d(\cdot)$... Distanzfunktion

$f(v)$... analytische Funktion der Regelgeometrie

Die optimalen Regelgeometrieparameter werden durch die Minimierung einer Funktion berechnet, welche die senkrechten Abstände der Netzknoten zur Regelgeometrie abbildet. Die Formeln zur Berechnung der in der vorliegenden Arbeit untersuchten Regelgeometrien können Anhang A.6 entnommen werden.

Ist für eine Regelgeometrie der innerhalb der Ausgleichsrechnung bestimmte Gesamtfehler kleiner als ein definierter Grenzwert, wird die Definition des Segments um die Parameter der Regelgeometrie ergänzt. In dieser Arbeit wurden folgende geometrische Grundformen für die *Netzdeformation* untersucht:

- Kreis
- Ebene
- Zylinder
- Kugel.

Entsprechende Modellbereiche des Primärmodells können unabhängig von der Netzqualität der Dreiecksmodelle (Auflösung, Messrauschen) mit ihrer idealen Form beschrieben werden. Die Definition von Zielpositionen für die Knoten des initialen Netzmodells auf der Primärmodelloberfläche kann somit auf die ideale Geometrie erfolgen, woraus genauere Deformationsergebnisse resultieren (Abb. 4.18).

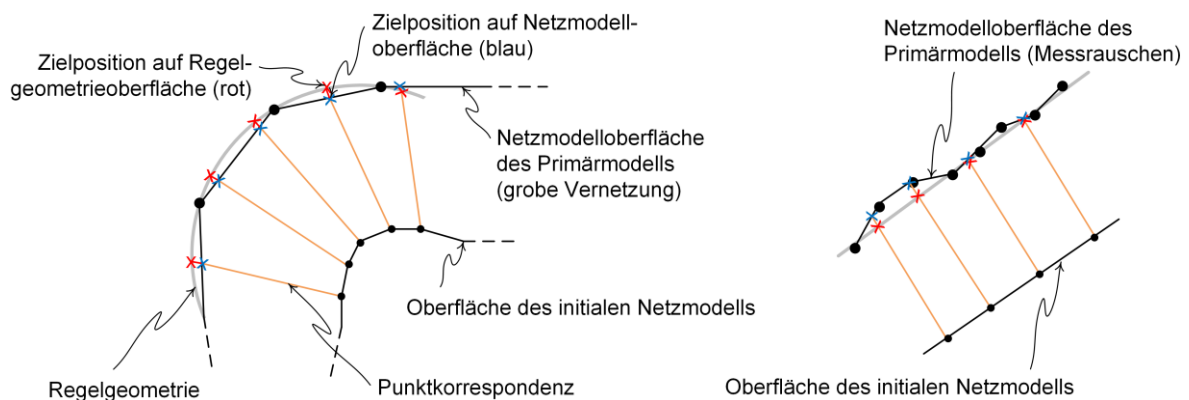


Abb. 4.18: Höhere Genauigkeit der Zielposition von Punktkorrespondenzen bei grober Vernetzung (links) und Messrauschen (rechts) des Dreiecksnetzes des Primärmodells

Abb. 4.19 zeigt an einem Beispiel die mit dieser Methode ermittelten Regelgeometrien eines Lagerbocks.

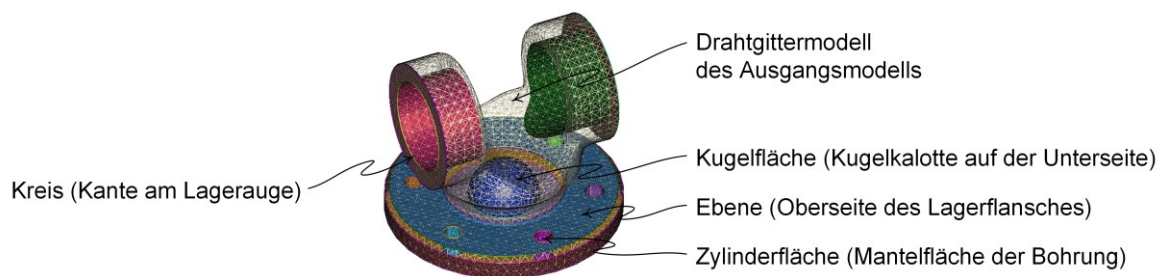


Abb. 4.19: In Dreiecksnetz identifizierte Regelgeometrien (farbige Segmente)

Das Verfahrensmodell ist nicht auf die hier untersuchten Regelgeometrien begrenzt. Die für Ausgleichungsrechnungen erforderlichen Zielfunktionen weiterer Regelgeometrieflächen, wie Kegel u. a., können z. B. [JC05] entnommen werden. Zudem kann mit der Methode des *random sample consensus* (RANSAC) die Detektion von Regelgeometrien auch auf nicht zuvor segmentierte Datensätze angewandt werden (Details und Anwendungsbeispiele in [SWK07]). Das Verfahren zeichnet sich durch eine hohe Stabilität bei Vorhandensein von sehr vielen Ausreißern¹⁴ aus.

¹⁴ Netzpunkte, die nicht zur Regelgeometrie gehören

5 Transformation des initialen Netzmodells

In diesem Kapitel werden rigide und nicht-rigide Registrierungsmethoden für die *Netzdeformation* spezifiziert, mit denen die Oberflächen beider Eingangsmodelle an definierten Stellen zur Deckungsgleichheit gebracht werden. Mit der rigiden Registrierung werden die Eingangsmodelle zueinander geeignet ausgerichtet und das Koordinatensystem des adaptierten 3D-Netzmodells definiert (Kap. 5.1). Die Bestimmung geeigneter Punktkorrespondenzen ist maßgebend für die Genauigkeit der *Netzdeformation*. Es werden Algorithmen und Vorgehensweisen konkretisiert, mit denen den Knoten des initialen Netzmodells Zielpositionen auf der Oberfläche des Primärmodells zugeordnet werden (Kap. 5.2). Für die Deformation wird ein nicht-rigides Registrierungsverfahren entwickelt, in dem das in Kap. 3 ausgewählte Deformationsmodell angewandt und auf die Anforderungen der *Netzdeformation* angepasst wird (Kap. 5.3). Abschließend werden Methoden zur Validierung des adaptierten Netzmodells sowie zur Anwendung der Validierungsergebnisse im Verfahrensmodell erörtert (Kap. 5.4).

5.1 Rigide Registrierung der Eingangsmodelle

Bei der Deformation des initialen Netzmodells werden dessen Netzknoten mit der Oberfläche des Primärmodells zur Deckungsgleichheit gebracht. Die Veränderung der Knotenpositionen ist als Verschiebung von ihren Original- auf ihre Zielpositionen innerhalb eines Koordinatensystems definiert. Das initiale Netzmodell wird bei der Deformation daher stets auf die Position und auf die Orientierung des Primärmodells transformiert. Im Allgemeinen besteht jedoch die Anforderung, eine individuelle Ausrichtung des adaptierten Netzmodells zu gewährleisten (z. B. Pose innerhalb einer Baugruppe). Eine Neuausrichtung kann grundsätzlich unabhängig von der *Netzdeformation* erfolgen (z. B. als Postprozess), die Berücksichtigung einer individuellen Vorausrichtung beider Eingangsmodelle (Bsp. in Abb. 5.1) innerhalb der *Netzdeformation* bietet jedoch wesentliche Vorteile:

- Mit der Definition eines für Folgeanwendungen zweckmäßigen Koordinatensystems entfällt die Notwendigkeit einer nachträglichen Ausrichtung des adaptierten Modells.
- Die relative Pose beider Eingangsmodelle zueinander kann individuell definiert werden. Modellbereiche mit gleicher Geometrie können bereits vor der Deformation zur Deckungsgleichheit gebracht werden. Für die entsprechenden Punkte des initialen Netzmodells entfällt damit die Berechnung neuer 3D-Koordinaten, woraus eine Reduzierung des Berechnungsaufwandes bei der Netzverformung resultiert.
- Mit der Berücksichtigung der Skalierung zusätzlich zur Pose können Skalierungsunterschiede zwischen den Modellen berechnet werden. Die in Kap. 3.3.3.1 definierte Transformation zwischen zwei Netzmodellen (Gl. 3.8) wird dazu um einen Skalierungsfaktor s erweitert ($x_B = sRx_A + t$, Details zum Lösungsverfahren in [ZSN05]). Abstände zwischen Modelloberflächen, welche bis auf eine Skalierung geometrisch identisch sind, werden ohne Verformungsberechnung kompensiert.

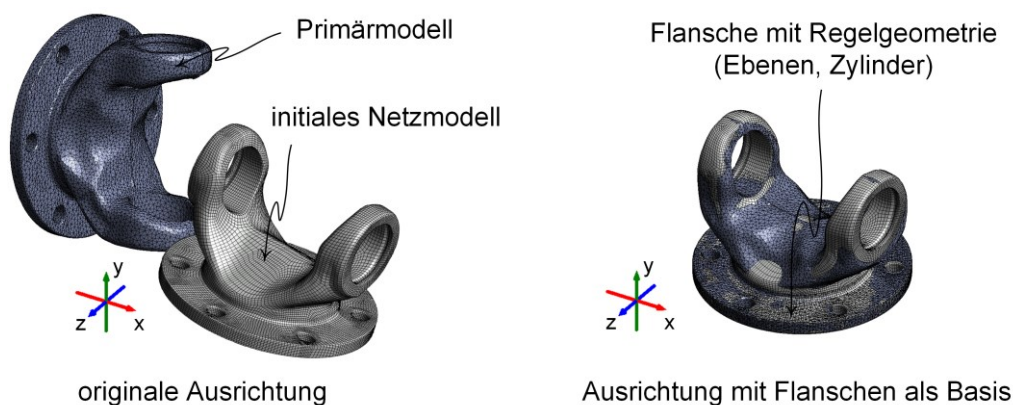


Abb. 5.1: Beispiel einer rigiden Vorausrichtung von Primär- und von initialem Netzmodell

Zur Ausrichtung sowohl eines Modells bezüglich eines Koordinatensystems als auch beider Modelle zueinander existieren verschiedene Verfahren, die innerhalb der *Netzdeformation* unmittelbar anwendbar sind. Dabei werden Transformationsparameter berechnet, die die Pose der Modelle als Ganzes bestimmen (rigide Registrierung):

- Ausrichtung anhand von Regelgeometrien: Anhand von Ebenen oder Achsen der in der zweiten Verfahrensphase definierten Regelgeometrien werden 3D-Geometrien bezüglich der Koordinatenachsen/-ebenen bzw. zueinander registriert.
- 3-2-1-Ausrichtung: Die Modelle werden anhand einzelner Netzknoten zu den Ebenen und zu den Achsen eines globalen Koordinatensystems ausgerichtet. Dabei werden in einem dreistufigen Verfahren die sechs Freiheitsgrade des Systems festgelegt. Mit drei Punkten wird eine Ebene (Primärebene), mit zwei weiteren

Punkten eine Linie (Sekundärebene) sowie mit einem letzten Punkt (Tertiärebene) der Nullpunkt des Systems definiert.

- Best-Fit-Ausrichtung (z. B. *ICP*): Die Transformation der Eingangsmodelle erfolgt anhand korrespondierender Netzpunkte. Das Kriterium zur Ausrichtung beider Datensätze ist die Reduzierung der Abstände zwischen den korrespondierenden Punktpaaren (Vgl. Kap. 3.3.3.1).

Im weiteren Verfahrensablauf werden mit den ausgerichteten Datensätzen Punktkorrespondenzen für Knoten des initialen Netzmodells erzeugt, anhand derer die Adaption an die Primärmodelloberfläche bestimmt wird.

5.2 Bestimmung von Punktkorrespondenzen

5.2.1 Berechnungsstrategien

Punktkorrespondenzen werden zwischen dem initialen Netzmodell und dem Dreiecksnetz, das die Oberfläche des Primärmodells repräsentiert, bestimmt. Sie werden bei der Berechnung der rigiden und der nicht-rigiden Registrierung der Modelloberflächen als Randbedingungen angewandt. Zur Bestimmung von Punktkorrespondenzen zwischen den Netzmodellen wird bei der *Netzdeformation* ein zweistufiges Verfahren angewandt:

- Verknüpfung von Punkten mit ähnlichen Eigenschaften (Stufe 1)
- Berechnung gleichmäßig verteilter Punktkorrespondenzen (Stufe 2).

In der ersten Stufe werden Punkte als korrespondierend definiert, wenn sie unter Berücksichtigung gestaltbezogener Merkmale der Eingangsmodelle als ähnlich bewertet werden (Abb. 5.2). Punkte beider Eingangsmodelle werden als ähnlich bewertet, wenn

- die Differenz ihrer Koordinaten in einem gemeinsamen Koordinatensystem kleiner als ein definierter Schwellwert ist oder
- sie infolge ähnlicher Gestaltmerkmale einander zugeordnet werden.

Zur Bestimmung von Punkten mit ähnlichen Koordinaten eignen sich Strukturen der Raumpartitionierung. In Kap. 5.2.2 wird dazu eine für die *Netzdeformation* geeignete Vorgehensweise entwickelt. Die Bestimmung von Punktkorrespondenzen anhand der in der

zweiten Phase des Verfahrensmodells entwickelten Gestaltmerkmale wird in Kap. 5.2.3 und in Kap. 5.2.4 näher erläutert.

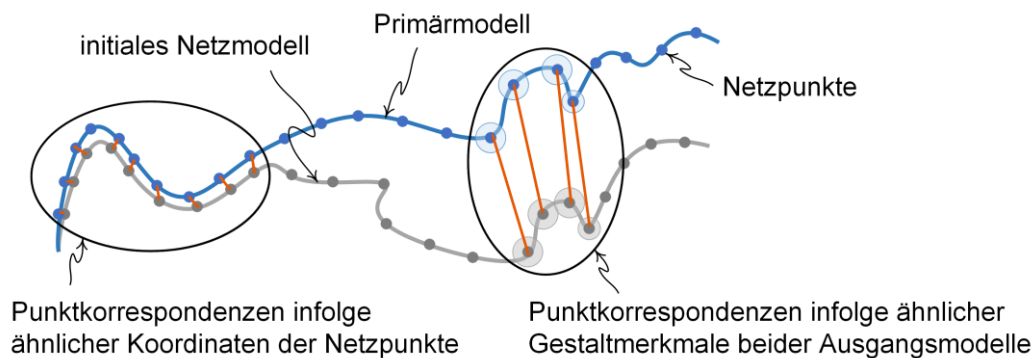


Abb. 5.2: Verknüpfung von Punkten beider Eingangsmodelle mit ähnlichen Eigenschaften

In der ersten Stufe werden nicht für alle Knoten des initialen Netzmodells Zielpositionen auf der Primärmodelloberfläche bestimmt (Vgl. Abb. 5.2). Zum einen sind die Abstände zwischen den Oberflächen beider Eingangsmodelle nicht überall klein genug, um geeignete Punktkorrespondenzen nach einem räumlichen Distanzkriterium zu berechnen. Zum anderen werden aufgrund zu stark abweichender oder redundanter Gestaltmerkmale keine eindeutigen Punktkorrespondenzen bestimmt. Um die Adaption entsprechender Netzknoten zu realisieren, sind weitere Kriterien zu definieren und in der zweiten Stufe anzuwenden. In Kap. 5.2.5 wird dazu ein Verfahren entwickelt, mit dem für Netzknoten ohne Punktkorrespondenzen gleichmäßig auf der Primärmodelloberfläche verteilte Zielpositionen berechnet werden (Abb. 5.3).

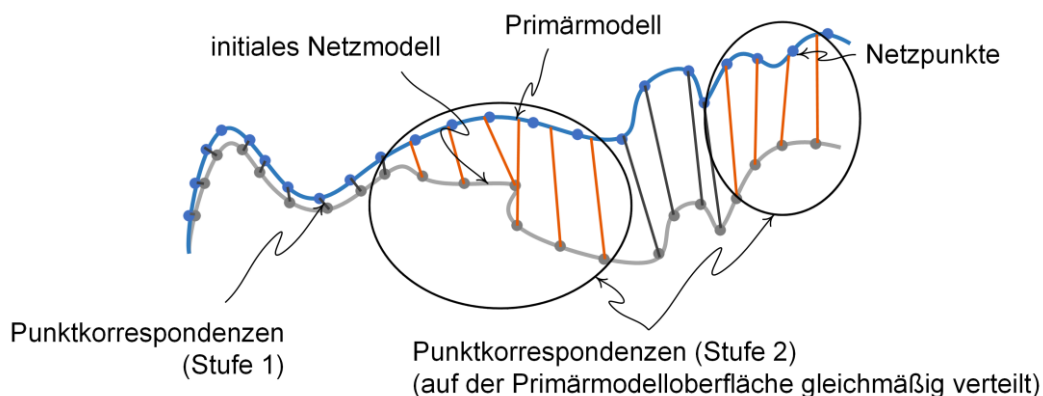


Abb. 5.3: Auf der Primärmodelloberfläche gleichmäßig verteilte Punktkorrespondenzen

Die Berechnung erfolgt unter Berücksichtigung bereits erzeugter Punktkorrespondenzen sowie der Topologie des Dreiecksnetzes, welches die Oberfläche des Eingangsmodells repräsentiert.

5.2.2 Berechnung von Punktkorrespondenzen mit räumlichen Distanzkriterium

Korrespondenzen zwischen 3D-Punkten sind unter der Randbedingung eines räumlichen Distanzkriteriums berechenbar. Bei der *Netzdeformation* werden Methoden angewandt, mit denen für zwei Netzmodelle die kleinsten Abstände an definierten Positionen bestimmt werden.

Mit Strukturen zur Raumpartitionierung (z. B. *octree*, *kd-tree* [BCK08]) werden zu einem gegebenen Punkt der nächstgelegene Punkt einer größeren Menge bestimmt. Dabei wird der dreidimensionale Raum, in dem die Netzknoten liegen, hierarchisch in Quader unterteilt (zweidimensionales Beispiel in Abb. 5.4). Die hierarchische Unterteilung eignet sich zur Ermittlung des nächstgelegenen Netzknotes, ohne jeden Kandidaten der gegebenen Punktmenge zu prüfen. Das Verfahren begünstigt geringe Laufzeiten bei der Bestimmung des nächstgelegenen Knotens der Primärmodelloberfläche für jeden Knoten des initialen Netzmodells.

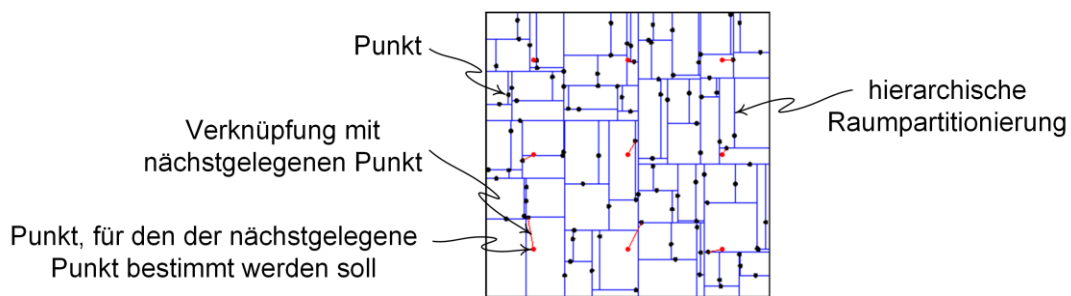


Abb. 5.4: Raumpartitionierung mit *kd-tree* (hier: zweidimensional (*2d-tree*))

Die ermittelten Zielpositionen sind im Allgemeinen nicht die Positionen der Primärmodelloberfläche mit dem geringsten Abstand zum Knoten des initialen Netzmodells (Abb. 5.5). Die Flächenstücke zwischen den Knoten des Netzmodells bleiben bei der Distanzbestimmung unberücksichtigt, woraus vor allem bei geringen Abständen zwischen den Modelloberflächen große Ungenauigkeiten bei der Distanzbestimmung resultieren.

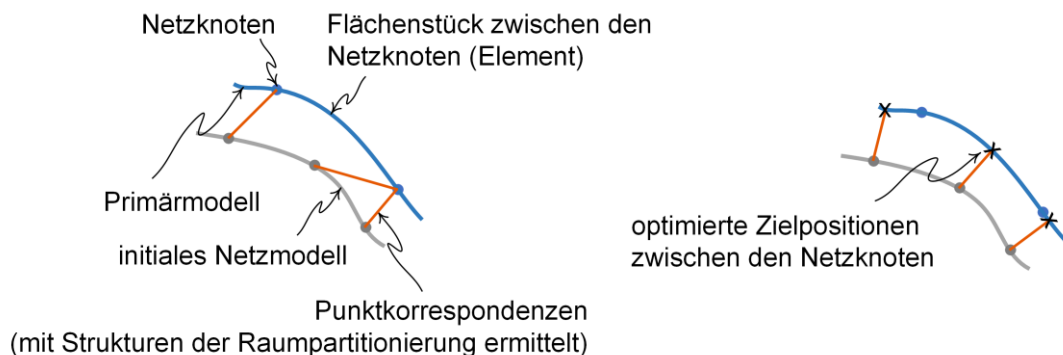


Abb. 5.5: Optimierung der mit Strukturen der Raumpartitionierung bestimmten Zielpositionen

Zur Optimierung einer Punktkorrespondenz werden für den Netzknoten des initialen Netzmodells auch die nächstgelegenen Punkte innerhalb der Nachbardreiecke des Netzknotens des Primärmodells bestimmt. Der Punkt mit der kleinsten Distanz zum Netzknoten des initialen Netzmodells wird als neue Zielposition definiert. Um für einen gegebenen 3D-Punkt den nächstgelegenen Punkt eines Dreiecks zu berechnen, wird die in [Jon95] beschriebene Methode angewandt (Abb. 5.6). Dabei wird die Lage des 3D-Punktes und des Dreiecks zueinander entsprechend drei verschiedener Fälle geprüft und der Punkt mit dem geringsten Abstand ermittelt.

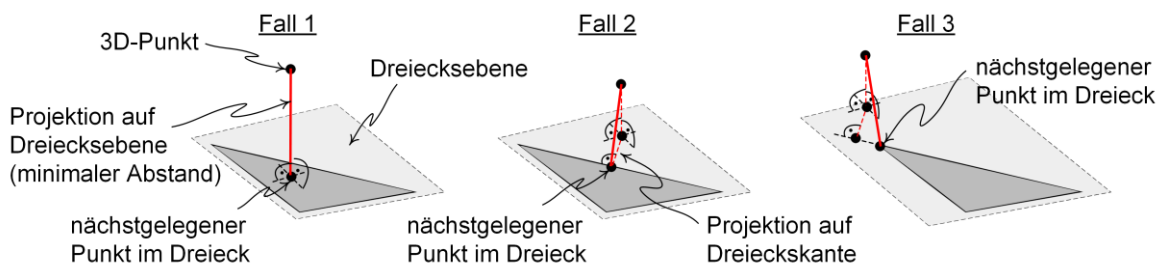


Abb. 5.6: Bestimmung des nächstgelegenen Punktes eines Dreiecks zu einem gegebenen 3D-Punkt

Da bei der Berechnung des nächstgelegenen Punktes anhand räumlicher Distanzkriterien gestaltbezogene Merkmale der Eingangsmodelle nicht berücksichtigt werden, können Verknüpfungen erzeugt werden, die für die *Netzdeformation* nicht zielführend sind (Abb. 5.7).

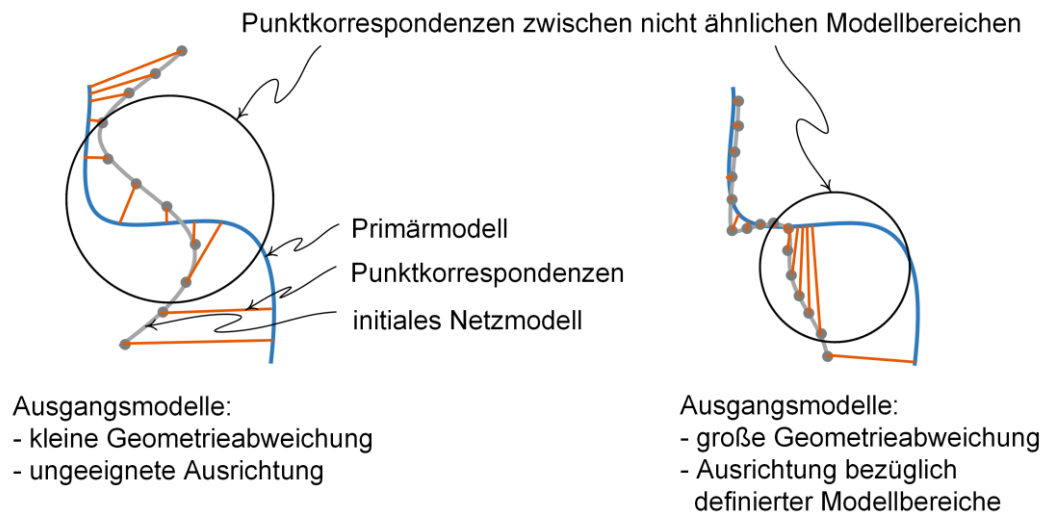


Abb. 5.7: Ungeeignete Punktkorrespondenzen bei Ermittlung mit räumlichen Distanzkriterium

Abhängig von der Ausrichtung und den Geometrieunterschieden der Eingangsmodelle können Punktkorrespondenzen in Modellbereichen erzeugt werden, die keine ähnlichen

Gestaltmerkmale aufweisen. Um zu gewährleisten, dass die erzeugten Punktkorrespondenzen für die *Netzdeformation* geeignete Modellverknüpfungen definieren, sind neben den Koordinaten der Netzknoten gestaltbezogene Kriterien zu berücksichtigen. Neben der Integration von Gestaltmerkmalen in die Berechnung der Punktkorrespondenzen (Kap. 5.2.3, 5.2.4) ist für die *Netzdeformation* auch eine anwendergeführte Strategie geeignet. Dabei wird durch die Bewertung eines Anwenders sichergestellt, dass die Eingangsmodelle (oder Teilbereiche) eine geeignete Ausrichtung in einem gemeinsamen Koordinatensystem sowie geringe Geometrieunterschiede aufweisen und die berechneten Punktkorrespondenzen zielführend sind.

Die Anwendung des Verfahrens ist exemplarisch in Abb. 5.8 dargestellt. Im angegebenen Beispiel werden Punktkorrespondenzen zwischen dem FEM-Netz (aus Konstruktionsdaten abgeleitet) und dem Dreiecksnetz (durch 3D-Digitalisierung des gefertigten Bauteiles) eines Blechbauteiles erzeugt. Die Eingangsmodelle werden in einem gemeinsamen Koordinatensystem mit dem Ziel der bestmöglichen Überdeckung beider Modelloberflächen ausgerichtet. Die Berechnung von Punktkorrespondenzen erfolgt für die ausgerichteten Datensätze. Die erzeugten Punktkorrespondenzen werden nach einem Distanzkriterium gefiltert, um nur Bereiche beider Modelle zu verknüpfen, die geringe Abweichungen zueinander aufweisen (Schwellwert: 5mm, Modellmaße: ca. 1,8m x 0,8m). Darüber hinaus wurden weitere Punktkorrespondenzen in den Ecken des Primärmodells manuell entfernt.

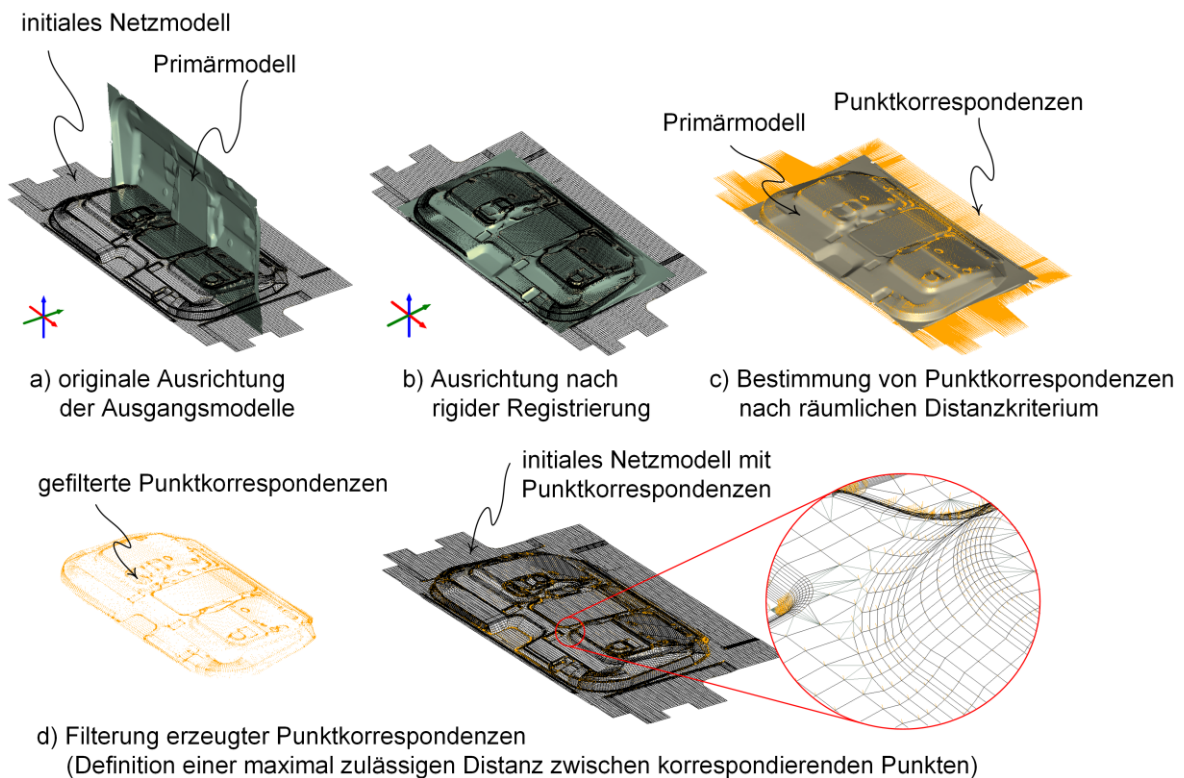


Abb. 5.8: Beispiel zur Bestimmung von Punktkorrespondenzen nach räumlichen Distanzkriterium

5.2.3 Bestimmung korrespondierender Gestaltmerkmale

Die in der zweiten Phase des Verfahrensmodells definierten Gestaltmerkmale werden zur Definition von Korrespondenzen zwischen beiden Eingangsmodellen angewandt. Korrespondierende Gestaltmerkmale werden

- mit automatischen Verfahren, in denen Eigenschaften von Gestaltmerkmalen verglichen werden, sowie
- durch manuelle Definition (z. B. Selektion in interaktiven Computerprogrammen)

erzeugt. Für den Vergleich von Gestaltmerkmalen mit Algorithmen werden deren Eigenschaften in Featurevektoren zusammengefasst und als Vergleichskriterien angewandt. Abb. 5.9 zeigt die Definition von Featurevektoren am Beispiel von Regelgeometrien.

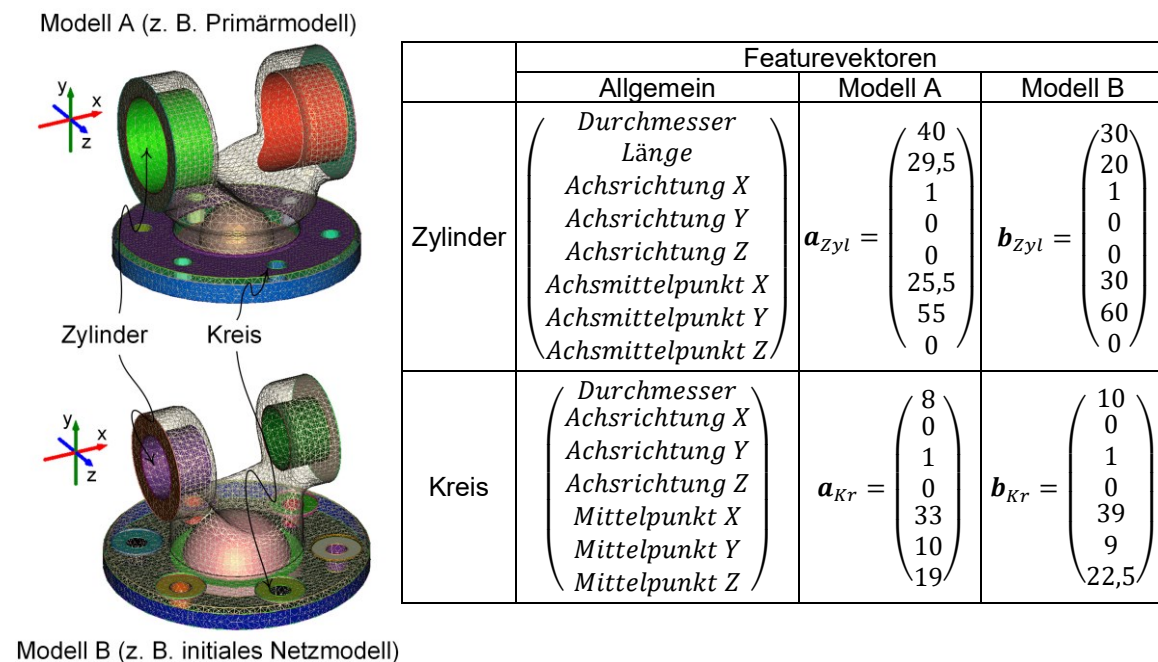


Abb. 5.9: Beispiel für Featurevektoren von Regelgeometrien

Featurevektoren stellen mehrdimensionale Daten dar, für deren Vergleich Distanzfunktionen definiert werden:

$$d(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|, \quad \text{mit } \mathbf{a}, \mathbf{b} \dots \text{Featurevektoren.} \quad (5.1)$$

Featurevektoren, deren Distanz gleich Null ist, sind identisch. Da das Primär- und das initiale Netzmodell im Allgemeinen geometrisch nicht identisch sind, können auch gleichbedeutende Gestaltmerkmale beider Modelloberflächen voneinander abweichende Featurevektoren aufweisen. Zur Identifizierung ähnlicher Featurevektoren wird ein

Grenzwert d_{Grenz} für die zulässige Abweichung definiert. Gestaltmerkmale werden als korrespondierend definiert, wenn für die Distanz ihrer Featurevektoren gilt:

$$d(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = |\mathbf{a} - \mathbf{b}| < d_{Grenz}. \quad (5.2)$$

Featurevektoren werden für lokale Gestaltmerkmale und für Segmente definiert. Da 3D-Netzmodelle mit großen Punktmengen ($N_p \gg 1000$) in der digitalen Produktentwicklung durchaus üblich sind und damit die gleiche Anzahl an Featurevektoren für lokale Gestaltoperatoren sowie zusätzlich für Segmente resultieren, sind effektive Berechnungsmethoden für den Vergleich der Gestaltmerkmale notwendig. Auch hier begünstigen Strukturen der Raumpartitionierung kurze Laufzeiten bei der Identifizierung ähnlicher Featurevektoren. Neben der Berechnung des Featurevektors mit der kleinsten Distanz zu einem gegebenen Vektor (Vgl. Abb. 5.4) sind auch Bereichssuchen anwendbar. Dabei werden alle Featurevektoren bestimmt, deren Eigenschaften innerhalb definierter zulässiger Abweichungen von einem gegebenen Featurevektor liegen (Abb. 5.10). Die Bereichssuche eignet sich zur Bestimmung von Kandidaten korrespondierender Featurevektoren. Die Kandidaten werden unter Anwendung weiterer Kriterien (z. B. räumliche Distanz zwischen den Gestaltmerkmalen) auf eindeutige Korrespondenzen untersucht.

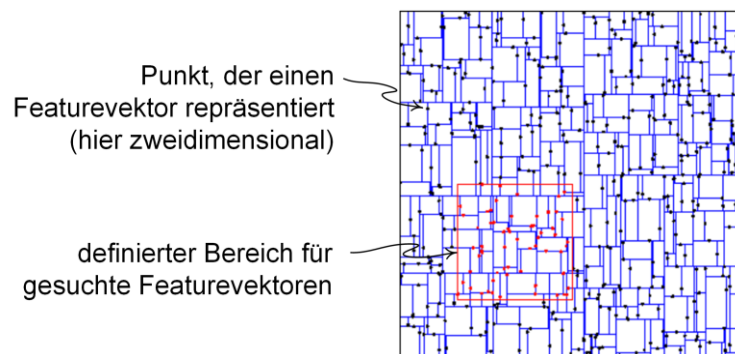


Abb. 5.10: Raumpartitionierung mit Bereichssuche (hier: 2d-tree)

Das Ergebnis der Korrespondenzerzeugung von Regelgeometrien ist in Abb. 5.11 exemplarisch dargestellt. Korrespondierende Regelgeometrien sind durch die gleiche Farbgebung verdeutlicht. Die Featurevektoren der Regelgeometrien sind in *kd-trees* abgebildet. Für jeden Featurevektor des Primärmodells werden ähnliche Featurevektoren im initialen Netzmodell durch eine Bereichssuche ermittelt (zulässige Abweichung der Regelgeometriemerkmale: 20%). In den Modellen sind Gestaltmerkmale mit redundanten Eigenschaften vorhanden (z. B. Zylinder der Flanschbohrungen). Infolge der Vorausrichtung der Modelle lassen sich in diesem Beispiel eindeutige Korrespondenzen rechnerisch ermitteln, indem nicht nur Werte zu den Abmessungen, sondern auch zu den Positionen berücksichtigt werden.

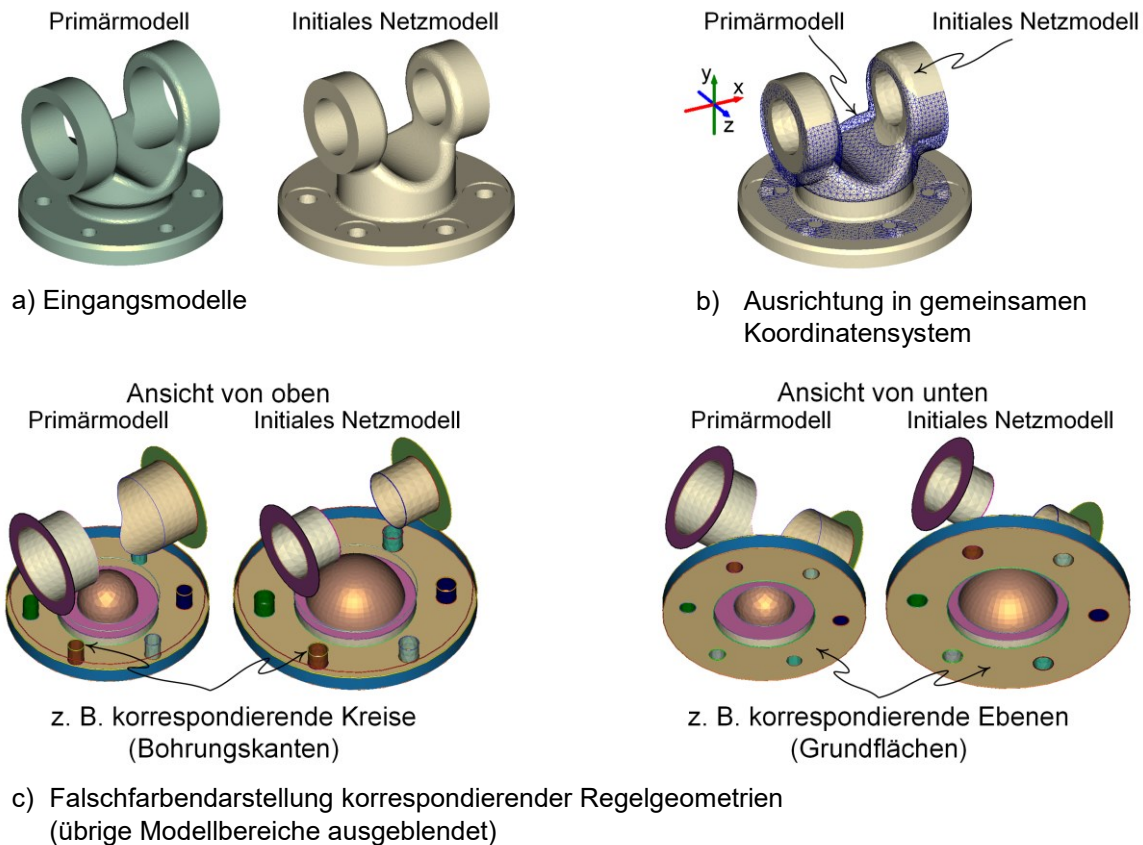


Abb. 5.11: Korrespondenzen von Regelgeometrien zwischen Primär- und initialem Netzmodell

Bei der automatischen Detektion von korrespondierenden Gestaltmerkmalen ähnlicher Modelle können fehlende, falsche oder nicht eindeutige Verknüpfungen auftreten, da

- tatsächlich korrespondierende Oberflächenpunkte nicht zwingend gleiche oder ähnliche Featurevektoren besitzen,
- gleiche oder ähnliche Featurevektoren nicht zwingend tatsächlich korrespondierende Punkte repräsentieren oder
- mehrere Featurevektoren eines Modells gleich oder ähnlich zu einem Featurevektor des anderen Modells sein können.

Sowohl bei der Erzeugung als auch beim Vergleich von Gestaltmerkmalen sind viele geometrische Merkmale der repräsentierten Objekte zu verarbeiten. Die Komplexität stellt eine große Herausforderung bei der Entwicklung robuster Berechnungsverfahren zur Gestaltanalyse dar. Die *Netzdeformation* ist nicht auf die in Kap. 4 entwickelten Gestaltmerkmale sowie auf die in diesem Abschnitt entwickelte Strategie zur Bestimmung von Korrespondenzen begrenzt. Sowohl die Erzeugung von Gestaltmerkmalen in Netzmodellen als auch die Identifizierung eindeutiger Korrespondenzen zwischen den Modellen kann im Verfahrensmodell mit anderen Methoden ergänzt werden, um eine stabile

Erzeugung geeigneter Korrespondenzen von Gestaltmerkmalen zu begünstigen (Beispiele entsprechender Methoden in [BK10], [TM14], [KBB15], [LZZ17]).

Zur Ergänzung der algorithmischen Vergleiche von Gestaltmerkmalen eignen sich darüber hinaus anwenderunterstützte Strategien, bei denen Korrespondenzen manuell definiert werden. Die Selektion von Gestaltmerkmalen in interaktiven Computeranwendungen erweist sich für die *Netzdeformation* als zielführend, um weitere Modellverknüpfungen zu erzeugen sowie Falsch- und Mehrfachzuordnungen zu korrigieren. In Abb. 5.12 ist die manuelle Definition korrespondierender Gestaltmerkmale exemplarisch an Zahnmodellen dargestellt. Die Visualisierung der Krümmungsverteilung der Eingangsmodelle begünstigt die Selektion markanter Punkte vor allem in mehrfach gekrümmten Modellbereichen (z. B. Wurzelgrund oder -enden) durch den Anwender.

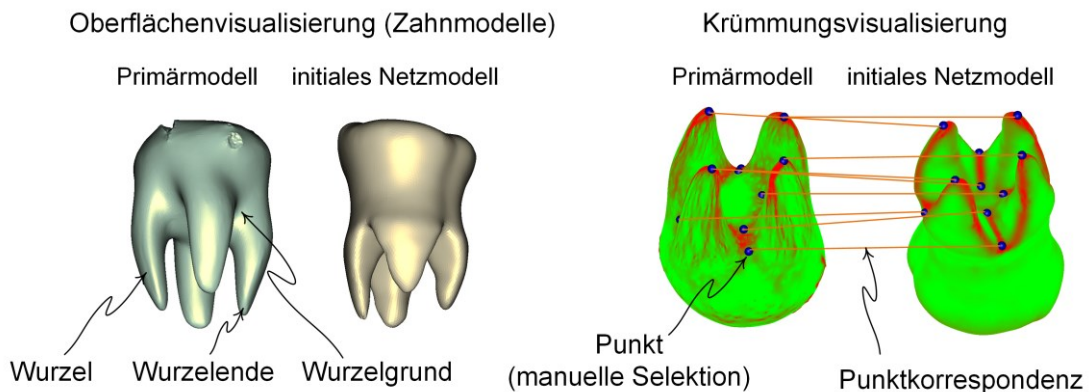


Abb. 5.12: Manuelle Erzeugung von Punktkorrespondenzen anhand von Krümmungsbildern

5.2.4 Berechnung von Punktkorrespondenzen aus Gestaltmerkmalen

Aus den korrespondierenden Gestaltmerkmalen werden im Weiteren Punktkorrespondenzen abgeleitet, die für die Knoten eines Gestaltmerkmals des initialen Netzmodells Zielpositionen auf der Primärmodell-oberfläche definieren.

Lokale Eigenschaften sind für jeden Netzknoten der Eingangsmodelle definiert. Sind durch Vergleichsmethoden korrespondierende lokale Eigenschaftsvektoren bestimmt, sind Punkt-korrespondenzen zwischen dem Knoten des initialen Netzmodells und dem Netzknoten des Primärmodells unmittelbar ableitbar.

Aus korrespondierenden Segmenten werden Punktkorrespondenzen für die Segmentränder bestimmt (Abb. 5.13). Einem Knoten des initialen Netzmodells, der Teil des Randes eines Segmentes ist, wird im Primärmodell eine Zielposition auf dem Rand des korrespondierenden Segmentes zugeordnet.

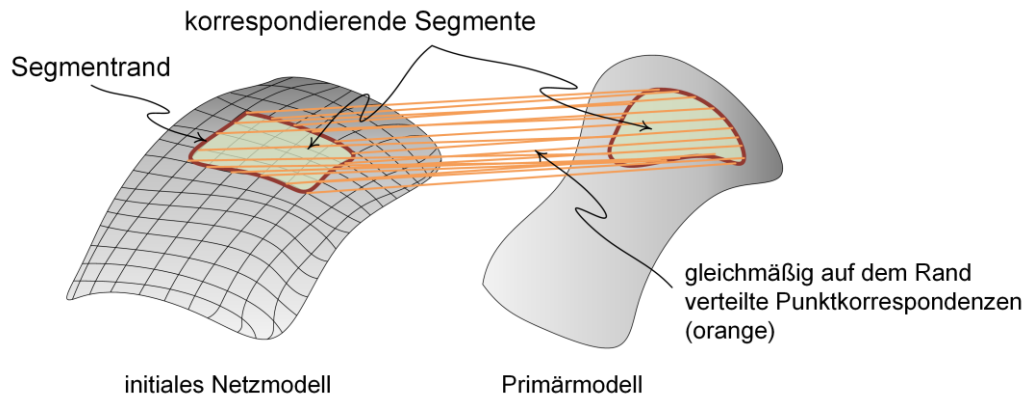


Abb. 5.13: Bestimmung von Punktkorrespondenzen aus korrespondierenden Segmenten

Eine für die *Netzdeformation* zielführende Methode zur Berechnung von Punktkorrespondenzen zwischen den Rändern korrespondierender Segmente beinhaltet

- die Ermittlung der Segmentränder,
- die Ausrichtung der Segmentränder in einem gemeinsamen Koordinatensystem,
- die Berechnung von Zielpositionen für die Knoten des initialen Netzmodells zwischen den ausgerichteten Rändern und
- die Optimierung der Zielpositionen.

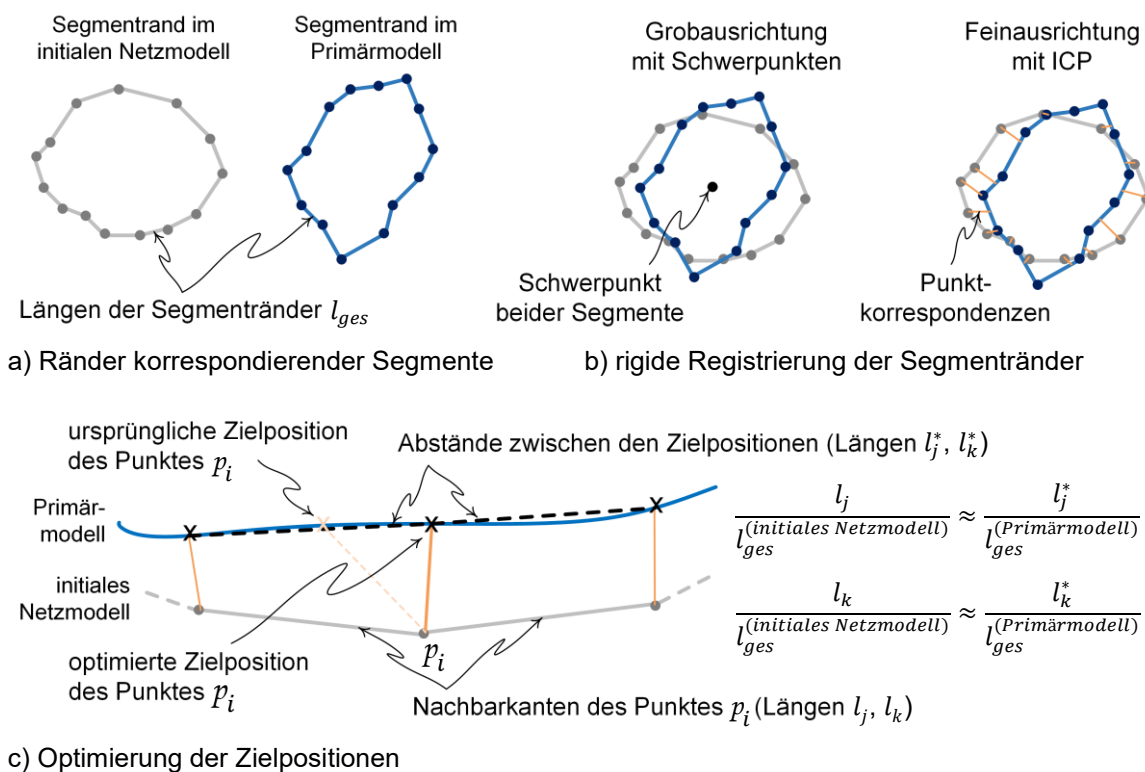


Abb. 5.14: Berechnung von Punktkorrespondenzen an Rändern korrespondierender Segmente

Die Ermittlung von Segmenträndern (Abb. 5.14 a) erfolgt unter Anwendung von Nachbarschaftsinformationen zwischen den Netzbestandteilen. Mit der im Verfahrensmodell angewandten Datenstruktur für Netzmodelle sind Kanten extrahierbar, die nur ein benachbartes, im Segment enthaltenes Flächenstück besitzen.

Mit rigiden Registrierungsmethoden (Abb. 5.14 b) werden die Segmentränder möglichst deckungsgleich in einem (beliebigen) gemeinsamen Koordinatensystem ausgerichtet und initiale Punktkorrespondenzen berechnet. Dabei kann die Grobausrichtung der Segmentränder anhand der Schwerpunkte (arithmetisches Mittel der Randpunktkoordinaten) erfolgen. Eine Feinausrichtung mit dem ICP-Verfahren liefert initiale Punktkorrespondenzen, indem zu jedem Knoten des Segmentrandes des initialen Netzmodells der kleinste Abstand zum Segmentrand des Primärmodells berechnet wird. Je größer die Geometrie- und die Orientierungsunterschiede der Segmentränder sind, desto unsicherer ist die Bestimmung tatsächlich korrespondierender Randpunkte. Die Berücksichtigung weiterer Gestaltmerkmale (korrespondierende Randpunkte aufgrund korrespondierender lokaler Eigenschaften oder aufgrund manueller Definition) begünstigt die Bestimmung von Punktkorrespondenzen auch für Segmentränder mit großen Geometrie- und Orientierungsunterschieden.

Die Optimierung der initialen Punktkorrespondenzen (Abb. 5.14 c) erfolgt durch Verschiebung der Zielpositionen auf dem Segmentrand des Primärmodells. Das Ziel der Optimierung ist, die Zielpositionen derart auf dem Segmentrand zu verteilen, dass die Längenverhältnisse der Kanten des initialen Netzmodells erhalten bleiben. Dabei werden iterativ für jeden Knoten des initialen Netzmodells die Zielpositionen verschoben, bis die Änderung der Zielpositionen zwischen zwei Iterationsstufen einen Grenzwert unterschreitet. Die Bestimmung von Punktkorrespondenzen für Segmentränder ist exemplarisch in Abb. 5.15 dargestellt.

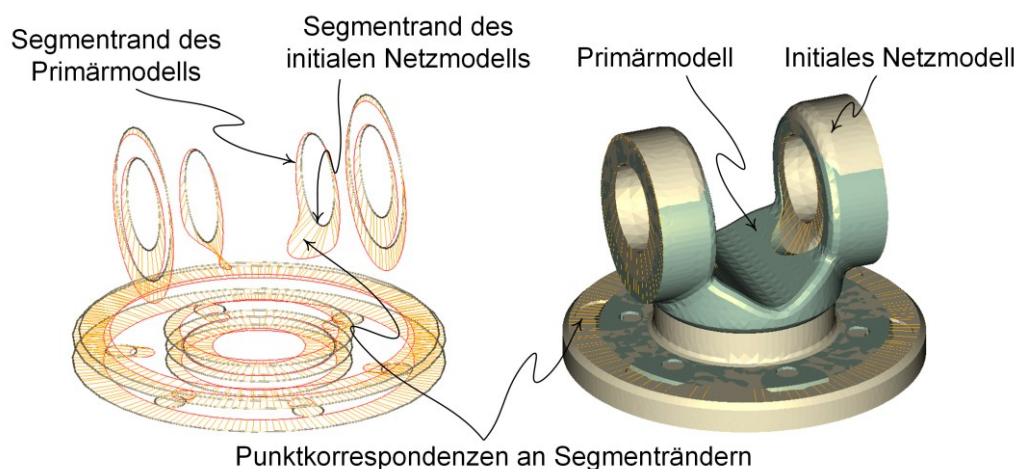


Abb. 5.15: Beispiel berechneter Punktkorrespondenzen aus korrespondierenden Segmenten

5.2.5 Berechnung gleichmäßig verteilter Punktkorrespondenzen

Zur Definition von Zielpositionen für Knoten des initialen Netzmodells, für die keine Punktkorrespondenzen infolge des minimalen Abstandes zur Primärmodelloberfläche oder korrespondierender Gestaltmerkmale bestimmt sind (Stufe 1), wird ein iteratives Berechnungsverfahren angewandt (Stufe 2). Dabei werden von bereits definierten Punktkorrespondenzen ausgehend initiale Punktkorrespondenzen mit ähnlichen Koordinaten der Zielpositionen bestimmt (Abb. 5.16) und hinsichtlich einer gleichmäßigen Verteilung auf der Primärmodelloberfläche optimiert.

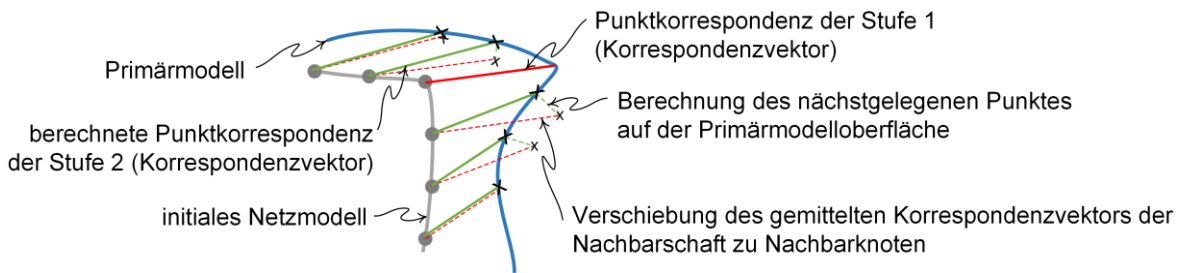


Abb. 5.16: Berechnungsprinzip gleichmäßig verteilter, initialer Punktkorrespondenzen (Stufe 2)

Zielpositionen für Netzknoten ohne Punktkorrespondenz werden von den Knoten mit definierten Punktkorrespondenzen ausgehend bestimmt. Für das Verfahren werden Punktkorrespondenzen als Vektoren definiert, die vom Knoten des initialen Netzmodells auf die Primärmodelloberfläche zeigen (Korrespondenzvektoren). Die Berechnung erfolgt für einen Knoten des initialen Netzmodells wie folgt:

- Berechnung eines gemittelten Korrespondenzvektors aus Korrespondenzvektoren in der Nachbarschaft (z. B. 1-Ring-Nachbarschaft)
- Verschiebung des gemittelten Korrespondenzvektors in den aktuellen Knoten des initialen Netzmodells
- Berechnung des nächstgelegenen Punktes von der Spitze des Korrespondenzvektors auf der Primärmodelloberfläche.

Die Berechnung gemittelter Korrespondenzvektoren $\tilde{v}_{K,i}$ erfolgt gewichtet nach dem inversen Abstand des aktuellen Netzknotens zu den Nachbarknoten (Gl. 5.3). Korrespondenzvektoren, die aufgrund größerer Netzelemente weiter entfernt liegen, werden damit weniger stark gewichtet als näher gelegene Korrespondenzvektoren.

$$\tilde{v}_{K,i} = \frac{1}{\sum_{j \in \mathcal{N}_Q(i)} \frac{1}{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^2}} \sum_{j \in \mathcal{N}_Q(i)} \frac{1}{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^2} \mathbf{v}_{K,j} \quad (5.3)$$

Die berechneten, initialen Korrespondenzvektoren können lokal ungleichmäßig orientiert sein, woraus bei der Verformung ungleichmäßige Verzerrungen der Netzelemente resultieren können (Abb. 5.17). Zur Ausgleichung der Orientierung der initialen Korrespondenzvektoren wird das zuvor beschriebene Verfahren iterativ ausgeführt, bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist. In den Untersuchungen hat sich ein Abbruchkriterium als zielführend erwiesen, das abhängig von der unterschiedlichen Länge und Orientierung benachbarter Korrespondenzvektoren definiert wird. Dazu wird der Optimierungskennwert $opt_{K,i}$ definiert. Er wird aus dem Korrespondenzvektor $v_{K,i}$ des aktuellen Netzknotens und dem gemittelten Korrespondenzvektor $\tilde{v}_{K,i}$ berechnet:

$$opt_{K,i} = |\tilde{v}_{K,i} - v_{K,i}|^2. \quad (5.4)$$

Unterschreitet der Optimierungskennwert einen definierten Grenzwert, wird für den Korrespondenzvektor des aktuellen Netzknotens keine Optimierung durchgeführt. In den Untersuchungen wurde die halbe Länge der kürzesten Nachbarkante am aktuellen Netzknoten als Grenzwert angewandt. Die Optimierung aller Korrespondenzvektoren ist beendet, wenn die Optimierungskennwerte aller Netzknoten kleiner als der jeweilige Grenzwert sind.

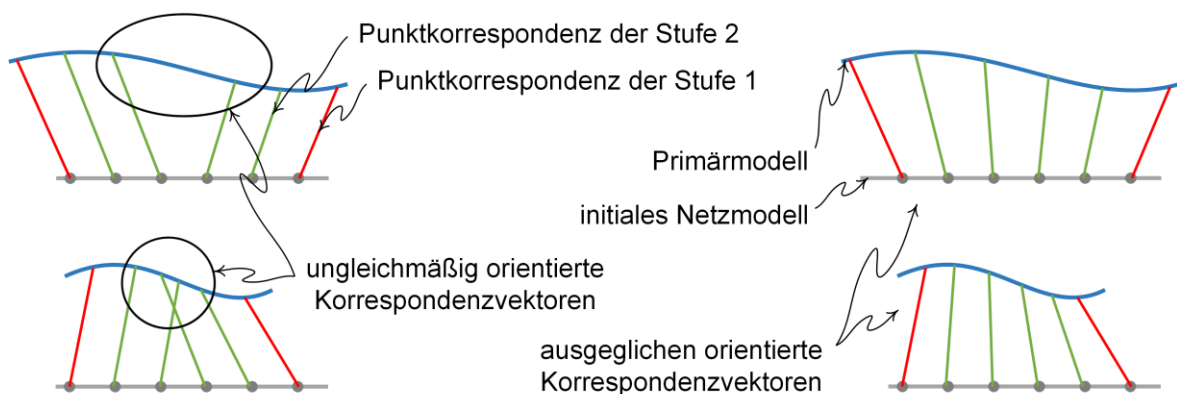


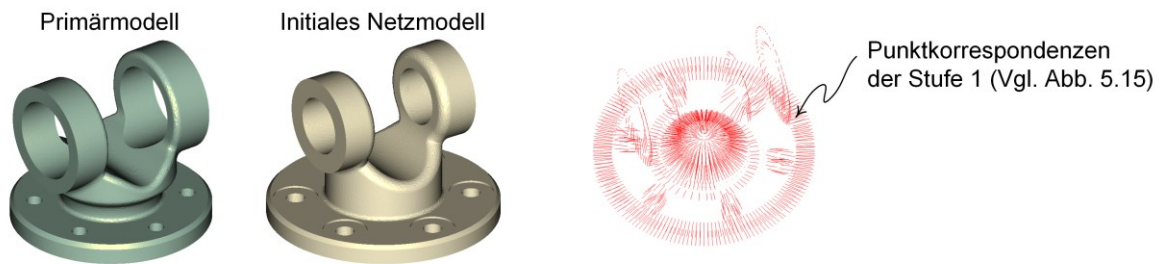
Abb. 5.17: Iteration zur Optimierung gleichmäßig verteilter Punktkorrespondenzen (Stufe 2)

Die Reihenfolge, in der die Netzknoten zur Optimierung der Punktkorrespondenzen durchlaufen werden, wird in Abhängigkeit des Optimierungskennwertes definiert. Netzknoten, deren Optimierungskennwert am größten ist, werden als erstes verarbeitet. Die Optimierungskennwerte werden fortlaufend aktualisiert. Damit fokussiert sich die Optimierung der Korrespondenzvektoren stets auf Bereiche, in denen die ungleichmäßige Verteilung von Zielpositionen am größten ist.

Die Berechnung gleichmäßig verteilter Punktkorrespondenzen wird im Folgenden exemplarisch erläutert (Abb. 5.18). Die Punktkorrespondenzen der Stufe 1 sind aus korrespondierenden Gestaltmerkmalen abgeleitet. Die Berechnung initialer

Korrespondenzvektoren (Punktkorrespondenzen der Stufe 2) erfolgt iterativ für Netzknoten der 1-Ring-Punkt-Nachbarschaft von Netzknoten, für die in der vorhergehenden Iterationsstufe Korrespondenzvektoren bestimmt wurden. Für die Berechnung initialer Korrespondenzvektoren für alle Knoten des abgebildeten initialen Netzmodells wurden 20 Iteration benötigt (Dreiecksnetz mit ca. 64.000 Dreiecken). Für die Optimierung wurden 6 Iterationen benötigt.

Eingangsgrößen: Eingangsmodelle und Punktkorrespondenzen der Stufe 1



Bestimmung der Punktkorrespondenzen der Stufe 2 (grün):

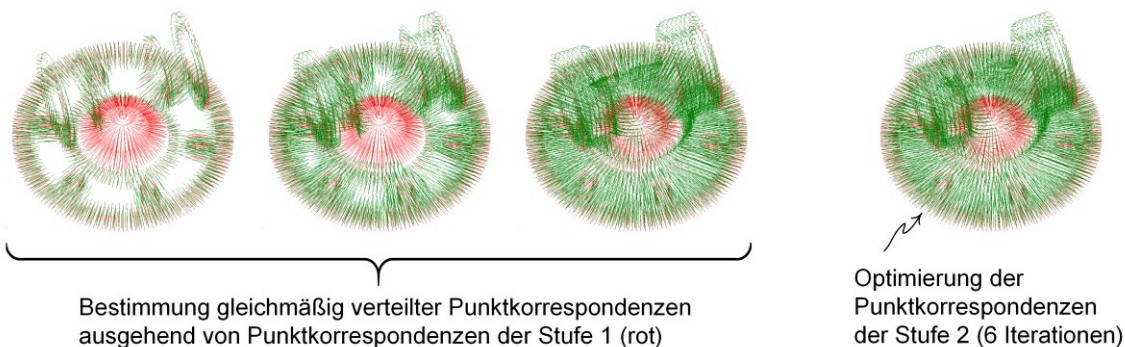


Abb. 5.18: Beispiel zur Bestimmung gleichmäßig auf der Primärmodelloberfläche verteilter Punktkorrespondenzen

Bei der Deformation des initialen Netzmodells werden für alle Netzknoten neue 3D-Koordinaten berechnet. Die Transformation des initialen Netzmodells erfolgt jedoch nicht unmittelbar auf die in den Punktkorrespondenzen definierten Zielpositionen. Die Berechnung ist als Optimierungsproblem definiert, in dem die deformierte Netzgeometrie abhängig von Punktkorrespondenzen sowie von weiteren gestaltbezogenen Randbedingungen berechnet wird (Kap. 5.3). Die Strategie begünstigt

- die Glattheit des adaptierten Netzmodells bei Primärmodellen mit nicht-glatten Oberflächen (z. B. Messdaten aus 3D-Digitalisierungen, Ergebnisse von Topologieoptimierungen) sowie
- die Beibehaltung der Form und der Größenverhältnisse der Netzelemente des initialen Netzmodells entsprechend der Minimierung einer Verformungsenergie (Deformationsmodell).

5.3 Nicht-rigide Registrierung der Eingangsmodelle

5.3.1 ARAP-Deformationsmodell

Bei der *Netzdeformation* wird ein Deformationsmodell angewandt, das auf differentiellen Koordinaten beruht (Vgl. Kap. 3.3.3.5). Die Positionen der Knoten des initialen Netzmodells werden dabei nicht mit Absolutkoordinaten \mathbf{x}_i , sondern relativ zu den Positionen ihrer umgebenden Netzknoten definiert (Abb. 5.19). Differentielle Koordinaten $\Delta\mathbf{x}_i$ werden aus den Absolutkoordinaten der Knoten sowie der Topologie des Netzes berechnet (Gl. 5.5, 5.6) und werden auch in Phase 2 der *Netzdeformation* zur Bestimmung der Oberflächenkrümmung angewandt (Vgl. Kap. 4.2.1).

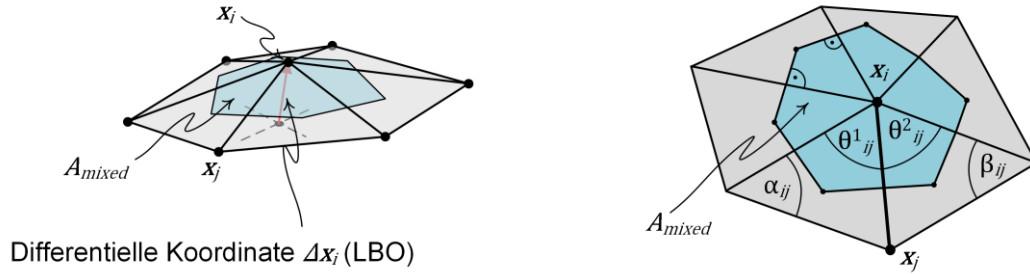


Abb. 5.19: Laplace-Beltrami-Operator (LBO) als differentielle Koordinate $\Delta\mathbf{x}$ in Netzmodellen

$$\Delta\mathbf{x}_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_Q(i)} \omega_{ij} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \quad (5.5)$$

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2A_{mixed,i}} \frac{(\tan(\theta_{ij}^1/2) + \tan(\theta_{ij}^2/2))}{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|} \quad (5.6)$$

Das Grundprinzip des angewandten Deformationsmodells ist, die differentiellen Koordinaten der Netzknoten bei Netzverformungen (z. B. durch Verschiebung von Netzknoten) konstant zu halten. Werden für einzelne Netzknoten neue Positionen vorgegeben (Punktkorrespondenzen), so werden die neuen Positionen aller anderen Netzknoten unter Beachtung dieser Randbedingung berechnet. In Bereichen des Netzmodells, in denen keine Positionsvorgaben definiert sind, wird dadurch die bestmögliche Beibehaltung

- der Geometrie sowie
- der Form und der Größenverhältnisse der Netzelemente

sichergestellt. Das Deformationsmodell ist unter der Bezeichnung *As-rigid-as-possible-Deformation* in [SA07] veröffentlicht worden (kurz: *ARAP-Deformation*). Darin wird die

mathematische Funktion zur Berechnung einer Verformungsenergie entwickelt (Gl. 5.7).

$$E(\mathcal{M}') = \sum_{i \in N_{\mathcal{P}}} \sum_{j \in \mathcal{N}_{\mathcal{P}}(i)} \omega_{ij}^* |(\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_j) - \mathbf{R}_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)|^2 \quad (5.7)$$

mit $\omega_{ij}^* = \omega_{ij} A_{mixed,i} = \frac{1}{2} \frac{(\tan(\theta_{ij}^1/2) + \tan(\theta_{ij}^2/2))}{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|}$.

Aus der Minimierung der Funktion (in Abhängigkeit der unbekannten Positionen der Knoten des deformierten Netzmodells $\mathbf{x}'_{i/j}$) resultiert das Gleichungssystem

$$\sum_{j \in \mathcal{N}_{\mathcal{P}}(i)} \omega_{ij}^* (\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_j) = \sum_{j \in \mathcal{N}_{\mathcal{P}}(i)} \frac{1}{2} (\mathbf{R}_i + \mathbf{R}_j) \omega_{ij}^* (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j). \quad (5.8)$$

Für Details zur Herleitung der Gl. 5.7 und der Gl. 5.8 wird auf Anhang A.7 verwiesen.

Für eine Deformation des Netzes sind zudem neue Positionen für definierte Netzknoten festzulegen (Gl. 5.9).

$$\mathbf{x}'_i = \mathbf{c}_i = (x_{c,i} \quad y_{c,i} \quad z_{c,i})^T \quad (5.9)$$

Die Menge aller vorgegebenen neuen Positionen ist

$$C = \{\mathbf{c}_{n_j}\} \quad \text{mit} \quad j \in [1, N_C] \subset \mathbb{R} \quad \text{und} \quad n_j \in [1, N_{\mathcal{P}}] \subset \mathbb{R}.$$

Die neuen Positionen werden in das Gleichungssystem als weiche Randbedingungen integriert. Für jeden Punkt mit vorgegebenen neuen Positionen \mathbf{c}_i wird das Gleichungssystem aus Gl. 5.8 um die Zeile aus Gl. 5.9 erweitert.

Das gesamte Gleichungssystem kann in Matrixschreibweise formuliert werden. Gl. 5.8 stellt ein lineares Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{L} \mathbf{x}'^{(x/y/z)} = \mathbf{b}^{*(x/y/z)} \quad \text{mit} \quad \mathbf{L}_{ij} = \begin{cases} \sum_{j \in \mathcal{N}_{\mathcal{P}}(i)} \omega_{ij}^*, & i = j \\ -\omega_{ij}^*, & i \in \mathcal{N}_{\mathcal{P}}(i) \\ 0 & \end{cases} \quad (5.10)$$

dar. Aus der Erweiterung des Gleichungssystems um vorgegebene Positionen einzelner Knoten (Vgl. Gl. 5.9) resultiert das Gesamtsystem

$$\mathbf{A} \mathbf{x}'^{(x/y/z)} = \mathbf{b}^{(x/y/z)},$$

mit $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{L} \\ \mathbf{I}_C \end{pmatrix}$, $\mathbf{I}_{Cij} = \begin{cases} 1, & i \in [1, N_C], j \in C \\ 0, & \end{cases}$ und $\mathbf{b}^{(x/y/z)} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}^* \\ \mathbf{c} \end{pmatrix}^{(x/y/z)}$. (5.11)

Die $(N_{\mathcal{P}} \times N_{\mathcal{P}})$ -Matrix \mathbf{L} wird als Laplace-Matrix bezeichnet und enthält die Gewichtungsfaktoren der LBO aller Netzknoten des initialen Netzmodells (Vgl. Gl. 5.8), der $(N_{\mathcal{P}} \times 1)$ -Vektor \mathbf{b}^* repräsentiert den Term auf der rechten Seite von Gl. 5.8, der $(N_C \times 1)$ -Vektor \mathbf{c} enthält alle festgelegten Positionsvorgaben \mathbf{c}_i und die $(N_C \times N_{\mathcal{P}})$ -Matrix \mathbf{I}_C enthält die Werte

1 bzw. 0 abhängig davon, ob für den j -ten Netzknoten Positionsangaben definiert sind oder nicht (Vgl. Gl. 5.9). Es ist zu beachten, dass die Vektoren komponentenweise definiert sind (Notation $(\cdot)^{(x/y/z)}$). Die Gl. 5.8 und 5.9 stellen jeweils eine Zeile des Gleichungssystems dar und bilden stets (3×1) -Vektoren ab. Die Berechnung der Knotenpositionen \mathbf{x}' des verformten Netzes erfolgt getrennt für die x-, y- und z-Koordinaten (Kennzeichnung durch Index $(\cdot)^{(x/y/z)}$).

Gl. 5.11 stellt das im Deformationsmodell zu lösende Gleichungssystem dar. Die unbekannten Größen des Gleichungssystems sind die Knotenpositionen des verformten Netzmodells \mathbf{x}'_i sowie die Rotationsmatrizen \mathbf{R}_i , durch die die LBO des initialen Netzmodells $\omega_{ij}^*(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$ (Gl. 5.8 rechte Seite) in LBO des verformten Netzmodells $\omega_{ij}^*(\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_j)$ (Gl. 5.8 linke Seite) transformiert werden. Zur Bestimmung der Positionen des verformten Netzmodells ist in [SA07] eine alternierende Strategie entwickelt worden. Dabei wechseln sich

- die Berechnung der Rotationsmatrizen \mathbf{R}_i für gegebene Knotenpositionen des verformten Netzmodells \mathbf{x}'_i (Anhang A.7) und
- die Berechnung der Knotenpositionen des verformten Netzmodells \mathbf{x}'_i für gegebene Rotationsmatrizen \mathbf{R}_i

ab (Abb. 5.20).

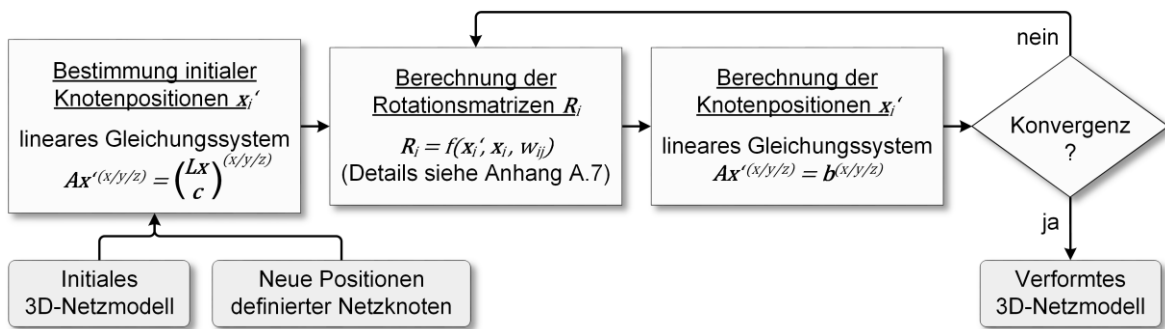


Abb. 5.20: Alternierende Strategie zur Lösung des Optimierungsproblems

Die gesuchten Knotenpositionen \mathbf{x}'_i werden zunächst entsprechend Gl. 5.12 initialisiert.

$$A\mathbf{x}'^{(x/y/z)} = \begin{pmatrix} L\mathbf{x} \\ c \end{pmatrix}^{(x/y/z)} \quad (5.12)$$

Die initialisierten Knotenpositionen stellen bereits ein verformtes Netzmodell dar. Die Berechnung erfolgt allerdings ohne lokale Rotationsmatrizen. Diese begünstigen in Netzbereichen ohne Positionsangaben gestalterhaltende Netzverformungen (Vgl. Kap. 3.3.3.3). Die initialisierten Knotenpositionen stellen eine grobe Näherung des finalen Netzmodells dar. In der nachfolgenden Iteration werden die lokalen Rotationsmatrizen \mathbf{R}_i

und neue Knotenpositionen x'_i berechnet (Anhang A.7 und Gl. 5.11). Die Iteration ist beendet, wenn die Änderung der Knotenpositionen x'_i aufeinander folgender Iterationen einen definierten Grenzwert unterschreitet.

Mit dem ARAP-Deformationsmodell sowie mit den entwickelten Methoden zur Erzeugung von Gestaltmerkmalen und von Punktkorrespondenzen ist eine Adaption eines 3D-Netzmodells an die Geometrie eines Primärmodells möglich. In Abb. 5.21 ist die *Netzdeformation* an einem Beispiel verdeutlicht.

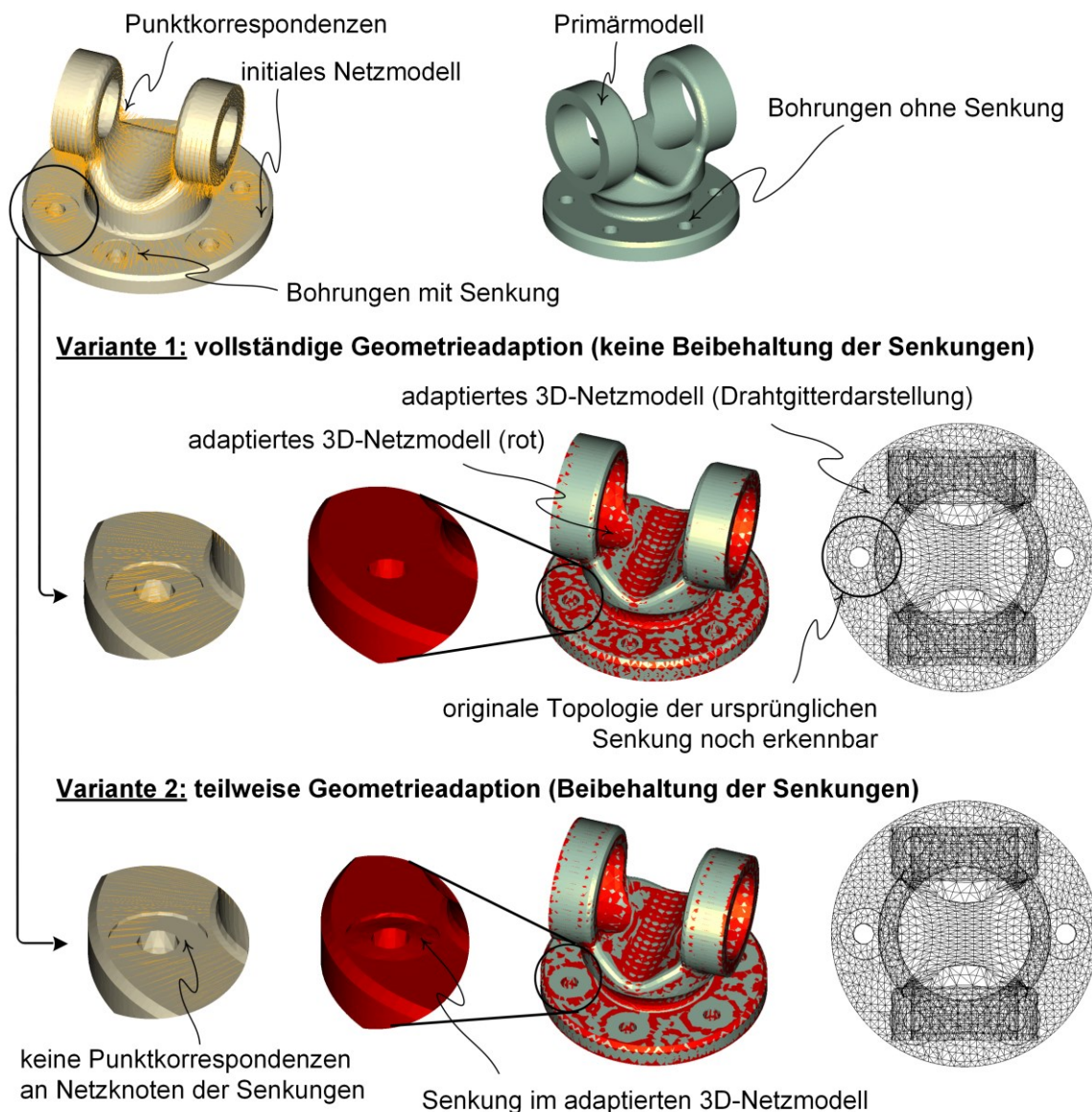


Abb. 5.21: Beispiel zur Deformation eines initialen 3D-Netzmodells (2 Varianten)

Das ARAP-Deformationsmodell eignet sich sowohl zur vollständigen als auch zur teilweisen Adaption der Geometrie von 3D-Netzmodellen. Bei der vollständigen Geometrieadaption

werden allen Knoten des initialen Netzmodells Zielpositionen auf der Primärmodell-oberfläche zugeordnet (Abb. 5.21 Variante 1). Oberflächendetails des initialen Netzmodells werden deformiert, sodass sie mit der Primärmodelloberfläche unter Berücksichtigung zulässiger Abweichungen deckungsgleich sind. Bei der teilweisen Geometrieadaptation sind nicht für alle Knoten des initialen Netzmodells Zielpositionen definiert (Abb. 5.21 Variante 2). Die Knoten verschieben sich zusammen mit den benachbarten Knoten, sodass Oberflächendetails des initialen Netzmodells bestmöglich erhalten bleiben (Senkungen im angegebenen Beispiel).

5.3.2 Erweitertes ARAP-Deformationsmodell für die Netzdeformation

5.3.2.1 Definition von Gewichtungsfaktoren der Randbedingungen

Im ARAP-Deformationsmodell wird zur Berechnung der Knotenpositionen des adaptierten Netzmodells das in Gl. 5.11 definierte Gleichungssystem gelöst. Darin sind die Zielpositionen auf der Primärmodelloberfläche sowie die differentiellen Koordinaten der Knoten des initialen Netzmodells als weiche Randbedingungen modelliert. Die Randbedingungen werden mit den berechneten Knotenpositionen nicht exakt eingehalten, sondern bestmöglich angenähert. Im ARAP-Deformationsmodell sind beide Randbedingungen mit der gleichen Gewichtung definiert (Vgl. Gl. 5.11). Bei der Deformation eines Netzmodells ist dadurch eine Vergrößerung des Abstandes einer Knotenposition des verformten Netzes zur definierten Zielposition mit steigender Verzerrung der Netzelemente charakteristisch. (Registrierungsfehler) (Beispiel in Abb. 5.22).

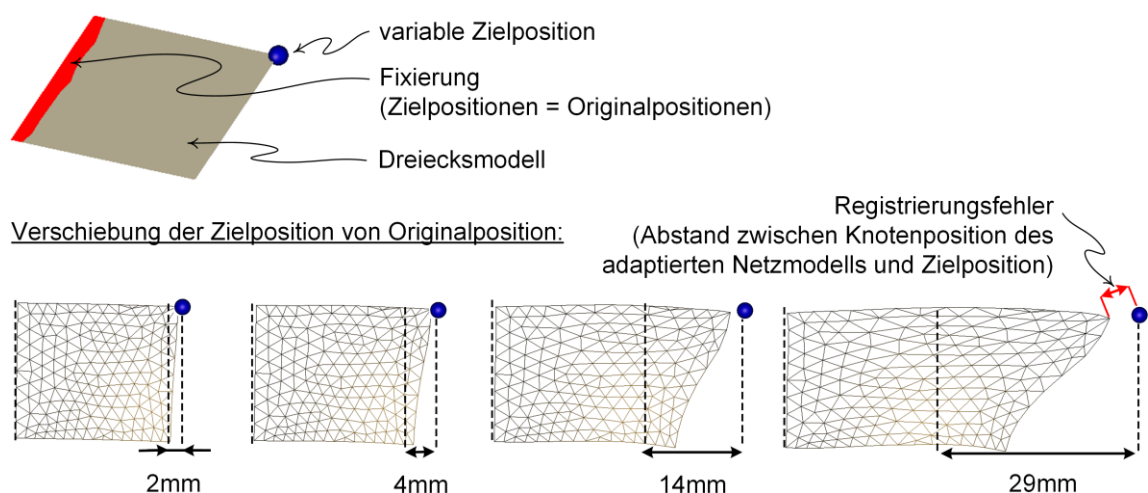


Abb. 5.22: Registrierungsfehler im ARAP-Deformationsmodell

Für die *Netzdeformation* ist wesentlich, dass der Anstieg des Registrierungsfehlers mit steigender Verzerrung der Netzelemente für die Deckungsgleichheit des adaptierten

Netzmodells mit dem Primärmodell nicht zielführend ist. Eine Reduzierung des Registrierungsfehlers kann durch die höhere Gewichtung der Zielpositionen gegenüber den differentiellen Koordinaten realisiert werden. Für die *Netzdeformation* werden im Gleichungssystem des ARAP-Deformationsmodells Gewichtungsfaktoren für die Zielpositionen und differentiellen Koordinaten eingeführt:

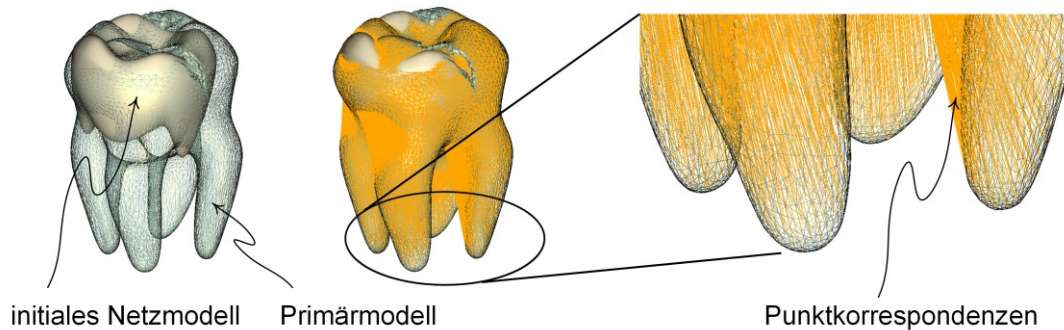
$$A = \begin{pmatrix} \Omega_L \circ L \\ \Omega_C \circ I_C \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{b}^{(x/y/z)} = \begin{pmatrix} \Omega_b \circ \mathbf{b}^* \\ \Omega_c \circ \mathbf{c} \end{pmatrix}^{(x/y/z)},$$

$$\Omega_L = \begin{pmatrix} \omega_{L0} & \cdots & \omega_{L0} \\ \vdots & & \vdots \\ \omega_{LN_{\mathcal{P}}} & \cdots & \omega_{LN_{\mathcal{P}}} \end{pmatrix}, \Omega_C = \begin{pmatrix} \omega_{C0} & \cdots & \omega_{C0} \\ \vdots & & \vdots \\ \omega_{CN_C} & \cdots & \omega_{CN_C} \end{pmatrix}, \Omega_b = \begin{pmatrix} \omega_{L0} \\ \vdots \\ \omega_{LN_{\mathcal{P}}} \end{pmatrix}, \Omega_c = \begin{pmatrix} \omega_{C0} \\ \vdots \\ \omega_{CN_C} \end{pmatrix}. \quad (5.13)$$

◦...Schurprodukt (elementweises Multiplizieren von Vektoren und Matrizen)

Für jeden Punkt p_i des initialen Netzmodells ist ein Faktor ω_{Li} definiert, mit dem die Gewichtung der differentiellen Koordinate des Netzpunktes festgelegt wird. Für jede Zielposition c_i ist ein Faktor ω_{Ci} definiert, mit dem die Gewichtung der Zielposition festgelegt wird. Die Faktoren werden in den Matrizen Ω_L und Ω_C sowie in den Vektoren Ω_b und Ω_c zusammengefasst und in das zu lösende Gleichungssystem $A\mathbf{x}^{(x/y/z)} = \mathbf{b}^{(x/y/z)}$ integriert.

Die Auswirkung unterschiedlicher Gewichtungsfaktoren der Randbedingungen auf das Deformationsergebnis wird im Folgenden an zwei Beispielen veranschaulicht.



Deformationsergebnisse:

(Variation der Gewichtung von Zielpositionen und differentiellen Koordinaten)

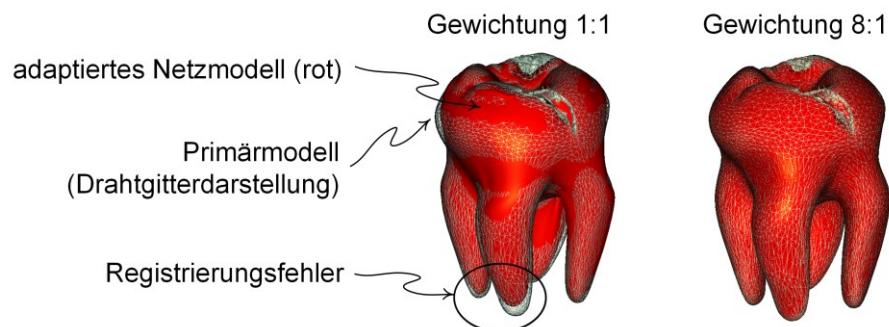
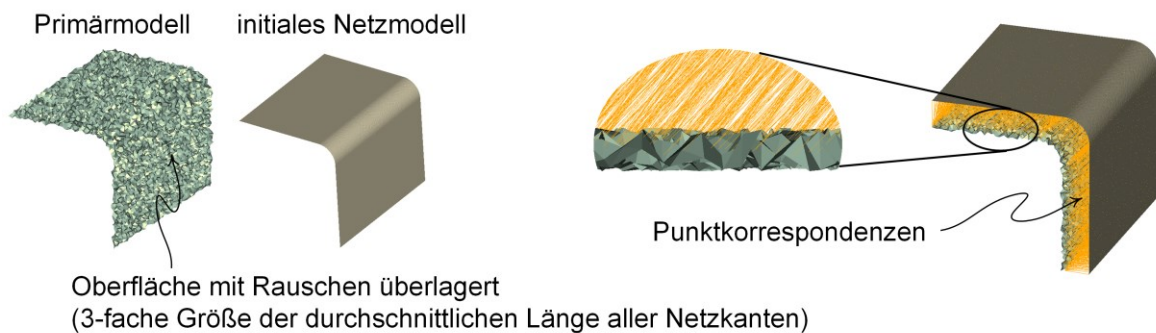


Abb. 5.23: Beispiel der Reduzierung des Registrierungsfehlers bei der *Netzdeformation*

Im ersten Beispiel sind zwei Dreiecksnetze als Eingangsmodelle der *Netzdeformation* (Zahnmodelle) sowie berechnete Punktkorrespondenzen gegeben (Abb. 5.23). Mit der Variation der Gewichtungsfaktoren von Zielpositionen und von differentiellen Koordinaten werden unterschiedliche Deformationsergebnisse erzielt. Obwohl in den Enden der Zahnwurzeln des Primärmodells Zielpositionen für Knoten des initialen Netzmodells definiert sind, ist das adaptierte Netzmodell bei gleicher Gewichtung der Randbedingungen im markierten Bereich nicht deckungsgleich mit dem Primärmodell. Die höhere Gewichtung der Zielpositionen begünstigt im angegebenen Beispiel die Reduzierung des Registrierungsfehlers maßgeblich. Dabei wurden jeweils konstante Gewichtungsfaktoren für die differentiellen Koordinaten aller Netzpunkte ($\omega_{L0} \dots \omega_{LN_P} = 10$) und für alle Zielpositionen ($\omega_{C0} \dots \omega_{CN_C} = 80$) definiert.



Deformationsergebnisse:

(Variation der Gewichtung von Zielpositionen und differentiellen Koordinaten)

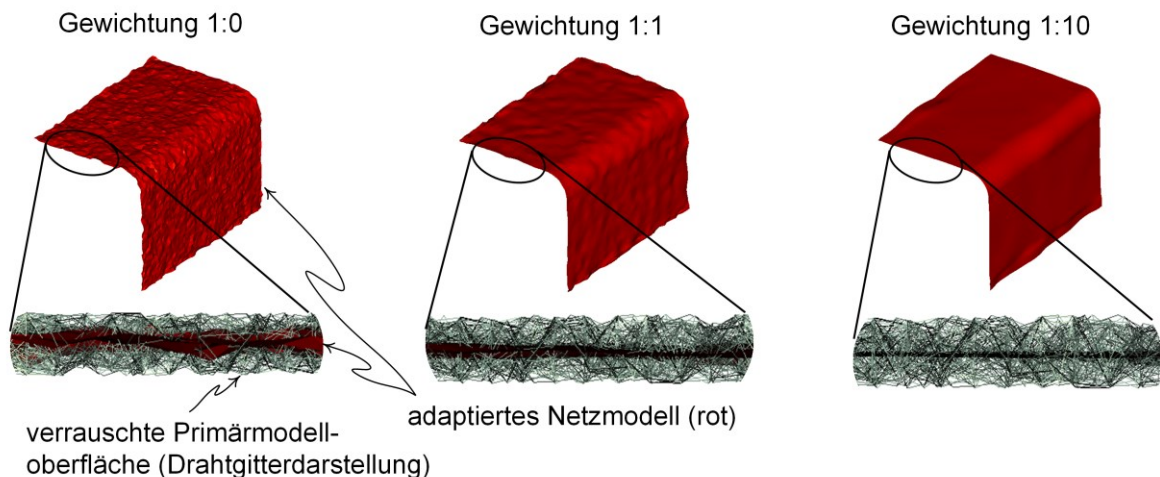


Abb. 5.24: Gewichtung von Randbedingungen im ARAP-Deformationsmodell

Im zweiten Beispiel wird die *Netzdeformation* für zwei Eingangsmodelle mit unterschiedlich glatten Oberflächen durchgeführt (Abb. 5.24). Dabei sind die Koordinaten der Netzknoten des Primärmodells durch ein künstliches Rauschen verändert worden. Anhand der drei unterschiedlichen Deformationsergebnisse wird deutlich, wie eine höhere Gewichtung der

differentiellen Koordinaten die Beibehaltung der Oberflächenstruktur des initialen Netzmodells begünstigt. Besonders wichtig dabei ist, dass die Erhöhung der Gewichtung der differentiellen Koordinaten nicht dazu führt, dass die Koordinaten der Knoten des adaptierten Netzmodells näher an ihren originalen Positionen im initialen Netzmodell liegen (Vgl. Abb. 5.23 Registrierungsfehler im markierten Bereich). In Abb. 5.24 ist dies exemplarisch in den vergrößerten Ansichten des adaptierten Netzmodells verdeutlicht. Die Oberfläche des adaptierten Netzmodells ist hier stets mittig in der verrauschten Primärmodelloberfläche positioniert. Die höhere Gewichtung der differentiellen Koordinaten äußert sich vielmehr in einem tangential zur Netzmodelloberfläche orientierten Registrierungsfehler, woraus im ersten Beispiel zu kurze Zahnwurzeln, im zweiten Beispiel eine (dem initialen Netzmodell entsprechend) glatte Oberfläche der adaptierten Netzmodelle resultieren.

5.3.2.2 Anwendbarkeit für allgemeine Polygon- und Volumennetze

Das ARAP-Deformationsmodell eignet sich zur Berechnung von Netzverformungen, bei denen die Form und die Größenverhältnisse der Netzelemente beibehalten werden soll. Dazu ist im Optimierungsproblem die Randbedingung integriert, dass für jeden Knoten p_i der gewichtete LBO (Δ^*x) des deformierten Netzes dem rotierten, gewichteten LBO des originalen Netzes entspricht (Vgl. Gl. 5.8 und Anhang A.7):

$$\Delta^*x'_i = \Delta^{*(rotiert)}x_i.$$

Die Anwendbarkeit des ARAP-Deformationsmodells ist folglich an die Definition eines LBO für die Punkte des zu deformierenden Netzes gebunden. Ein LBO für den Netzpunkt in einem allgemeinen Polygonnetz kann aus dem Durchschnitt der LBO aller möglichen Triangulierungen der Nachbarpolygone des Netzpunktes abgeleitet werden [XLH11]. In [XLH11] wird analog zur Definition des (diskreten) LBO (Vgl. Gl. 4.3) definiert:

$$\Delta x_i = k \frac{\nabla \tilde{A}(p_i)}{\tilde{A}(p_i)} \quad \text{mit } k \dots \text{Skalierungsfaktor.} \quad (5.14)$$

Dabei ist $\tilde{A}(p_i)$ als der durchschnittliche Flächeninhalt aller Dreiecke definiert, die bei der Betrachtung aller möglichen Triangulationen der Nachbarschaft des Punktes p_i an den Punkt p_i grenzen (exemplarisch für Viereckselemente in Abb. 5.25 dargestellt).

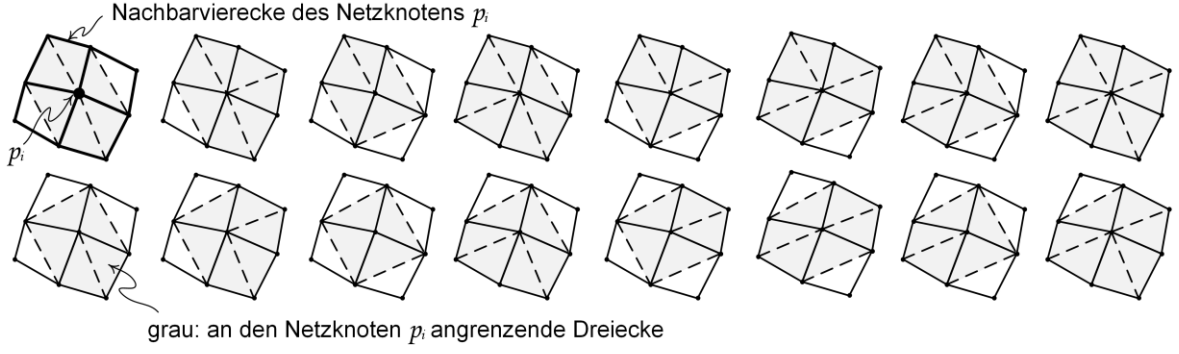


Abb. 5.25: Gesamtheit möglicher Triangulierungen der vier Nachbarvierecke eines Netzknotens

Für den durchschnittlichen Flächeninhalt $\tilde{A}(p_i)$ gilt für beliebige Polygone:

$$\tilde{A}(p_i) = \frac{1}{t^m} \sum_{0 \leq j \leq m} t^{m-1} \sum_{k \in \mathcal{N}_D(i)} A(D_j^k) \quad (5.15)$$

mit t ... Anzahl möglicher Triangulierungen eines Flächenstücks
(z. B. $t = 2$ für Viereck, $t = 5$ für Fünfeck),

m ... Anzahl benachbarter Flächenstücke an Punkt p_i ($m \triangleq N_{\mathcal{N}_F(p_i)}$),

$\mathcal{N}_D(i)$... Nachbardreiecke aller Triangulierungen im j -ten Flächenstück,

$A(D_j^k)$... Flächeninhalt des k -ten Nachbardreiecks im j -ten Flächenstück.

Des Weiteren gilt für die Anwendung des Gradientenoperators ∇ auf $\tilde{A}(p_i)$

$$\nabla \tilde{A}(p_i) = \frac{1}{t^m} \sum_{0 \leq j \leq m} t^{m-1} \sum_{k \in \mathcal{N}_D(i)} \nabla A(D_j^k) \quad (5.16)$$

und für den Gradienten des Flächeninhaltes eines Dreiecks D ($\triangle p_i p_j p_k$) nach [MDS03]

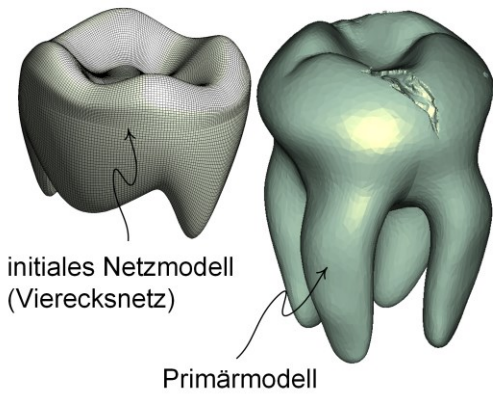
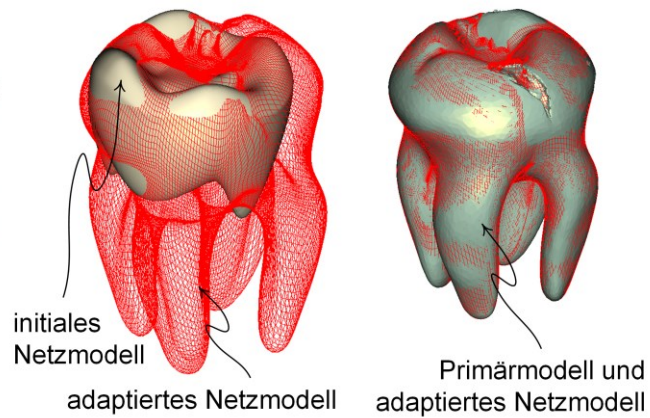
$$\nabla A(D) = \frac{1}{2} \left(\cot(\angle p_j) (x_k - x_i) + \cot(\angle p_k) (x_j - x_i) \right) \quad (5.17)$$

mit $\angle p_j$... Winkel am Punkt p_j .

Da im ARAP-Deformationsmodell nicht der LBO Δx_i , sondern ein flächengewichteter LBO $\Delta^* x_i$ angewandt wird, ist lediglich der Gradient $\nabla \tilde{A}(p_i)$ relevant. Es gilt:

$$\Delta^* x_i = \tilde{A}(p_i) \Delta x_i = k \nabla \tilde{A}(p_i). \quad (5.18)$$

In Anhang A.8 sind die Definitionen des LBO sowie der Randbedingung im ARAP-Deformationsmodell exemplarisch für Viereckselemente dargelegt. Die *Netzdeformation* eines Vierecksnetzes ist in Abb. 5.26 an einem Beispiel verdeutlicht.

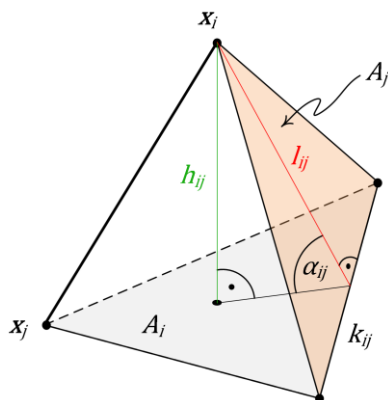
Eingangsmodelle:Deformationsergebnis:**Abb. 5.26:** Netzdeformation eines initialen Netzmodells mit Viereckselementen

Der Laplace-Operator ist auch auf Volumennetze anwendbar. Eine Diskretisierung für Tetraederelemente ist in [Jac13] dokumentiert. Für den gewichteten diskreten LBO gilt:

$$\Delta^* \mathbf{x}_i^{Tetraeder} = \sum_{j \in \mathcal{N}_T(i)} \omega_{ij}^{*Tetraeder} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \quad (5.19)$$

$$\text{mit } \omega_{ij}^{*Tetraeder} = \sum_{T \in \mathcal{N}_K(i) \cap \mathcal{N}_K(j)} \frac{k_{ij}^T}{6} \cot \alpha_{ij}^T \quad (T \dots \text{Tetraeder}).$$

Der Gewichtungsfaktor $\omega_{ij}^{*Tetraeder}$ ist stets bezogen auf die Netzkante zwischen den Punkten p_i und p_j , der Ausdruck $T \in \mathcal{N}_K(i) \cap \mathcal{N}_K(j)$ bezeichnet alle Tetraeder, die die Kante $p_i p_j$ beinhalten. Die Größen k_{ij} und α_{ij} sind für jeden Tetraeder individuell entsprechend Abb. 5.27 definiert, welche die Darstellung eines Nachbartetraeders der Netzkante $p_i p_j$ zeigt.



- A_i ... Dreiecksfläche gegenüber v_i
- A_j ... Dreiecksfläche gegenüber v_j
- k_{ij} ... gemeinsame Kante von A_i und A_j
- h_{ij} ... Lot von v_i auf A_i
- l_{ij} ... Lot von v_i auf k_{ij}

Abb. 5.27: Geometrische Verhältnisse zur Berechnung des LBO für Tetraederelemente

Analog zur Berechnung eines LBO für beliebige Polygone ist auch die Ableitung eines LBO für beliebige Volumennetze aus dem Durchschnitt aller möglichen Tetraederunterteilungen

möglich. Eine Unterteilung von Volumenelementen mit fünf und mehr Ecken in Tetraeder ohne Einfügen neuer Netzknoten ist bei den in der Produktentwicklung angewandten Volumennetzen (z. B. Hexaedernetze) zumeist möglich. Polyeder, die sich nur durch Einfügen neuer Netzknoten in Tetraeder zerlegen lassen, heißen Schönhardt-Polyeder (Berechnungsdetails in [Sch28]). Die Veränderung der Topologie des initialen Netzmodells für die Verformungsberechnung sowie die anschließende Wiederherstellung der originalen Topologie sind stets möglich, was die Anwendbarkeit der *Netzdeformation* auch bei Vorhandensein entsprechender Volumenelemente gewährleistet.

5.3.2.3 Integration von Regelgeometrien

Sowohl im Primär- als auch im initialen Netzmodell können Bereiche vorhanden sein, die durch Regelgeometrie beschriebene Flächen repräsentieren. An die Regelgeometrie kann mitunter eine Funktionalität gebunden sein, die auch im adaptierten Netzmodell realisiert sein soll. Im ARAP-Deformationsmodell sind Regelgeometrieflächen als Randbedingung für die Deformation nicht enthalten. Zwar können mit den definierten Randbedingungen die durch Regelgeometrieflächen repräsentierten Modellbereiche adressiert sein (Zielpositionen auf dem Primärmodell, LBO des initialen Netzmodells), die Realisierung von Regelgeometrie in Bereichen des adaptierten Netzmodells ist damit allerdings nur näherungsweise gegeben. Zudem können die Regelgeometrieflächen in den Eingangsmodellen nicht exakt abgebildet sein (z. B. infolge Rauscheffekten). Die Erzeugung von Bereichen mit idealer Regelgeometrie im adaptierten Netzmodell ist im ARAP-Deformationsmodell nicht möglich.

Um im adaptierten Netzmodell ideale Regelgeometriebereiche gewährleisten zu können, ist das ARAP-Deformationsmodell in dieser Arbeit erweitert worden. Dazu ist die alternierende Strategie zur Lösung des Optimierungsproblems (Vgl. Abb. 5.20) um die Berechnung von Knotenpositionen auf Regelgeometrien ergänzt worden (Abb. 5.28).

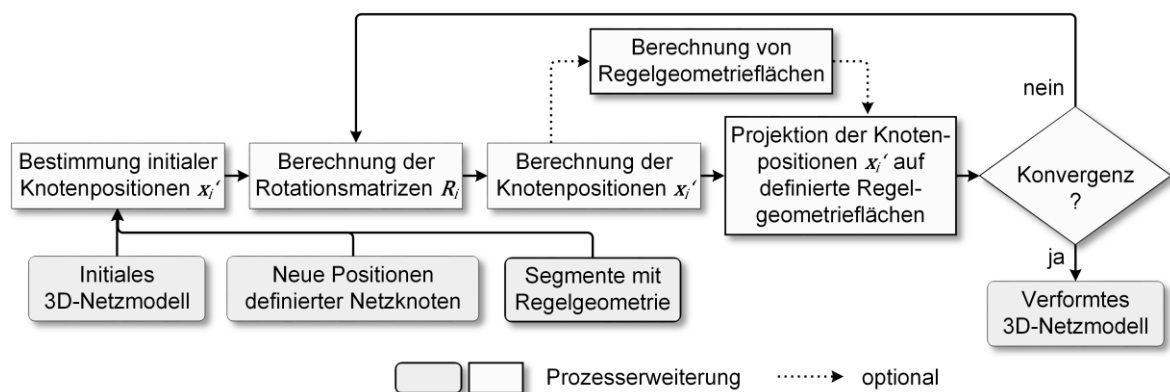


Abb. 5.28: Erweiterung des ARAP-Deformationsmodells um Regelgeometriezwangsbedingungen

Das Gleichungssystem des ARAP-Deformationsmodells zur Berechnung der Knotenpositionen x'_i bleibt unverändert. Die Knotenpositionen x'_i werden anschließend durch die Projektion auf die definierten Regelgeometrieflächen neu berechnet. Im nächsten Iterationsschritt werden neue Rotationsmatrizen R_i anhand der neu berechneten Knotenpositionen bestimmt. Die Projektion der Knoten auf die Regelgeometrieflächen gliedert sich damit sehr gut in die alternierende Berechnungsstrategie zur Lösung des Optimierungsproblems ein. Die Parameter der Regelgeometrien sind entweder in der zweiten Phase der *Netzdeformation* berechnet worden (Regelgeometriebereiche im Primärmodell) oder werden innerhalb der iterativen Berechnung der Netzverformung stetig neu bestimmt (z. B. Bereiche des initialen Netzmodells ohne Zielpositionen). In Abb. 5.29 ist die Integration von Regelgeometrien in das ARAP-Deformationsmodell exemplarisch dargestellt.

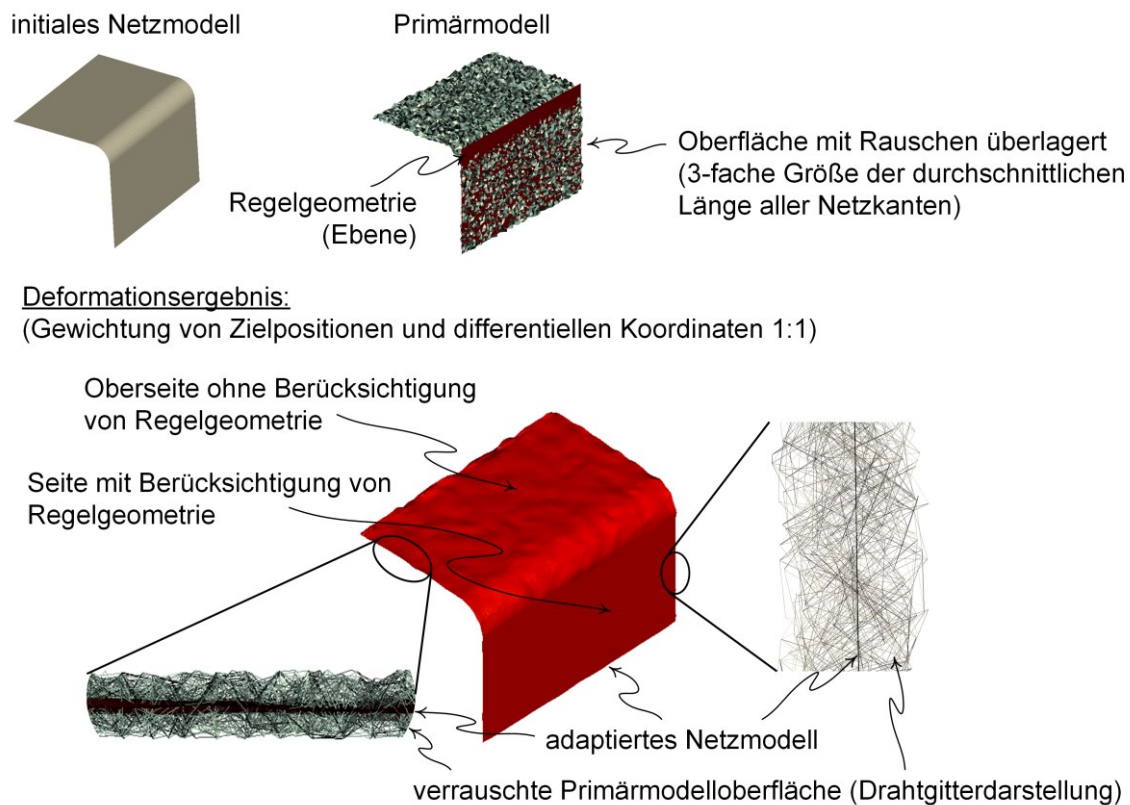


Abb. 5.29: Berücksichtigung von Regelgeometrie im erweiterten ARAP-Deformationsmodell

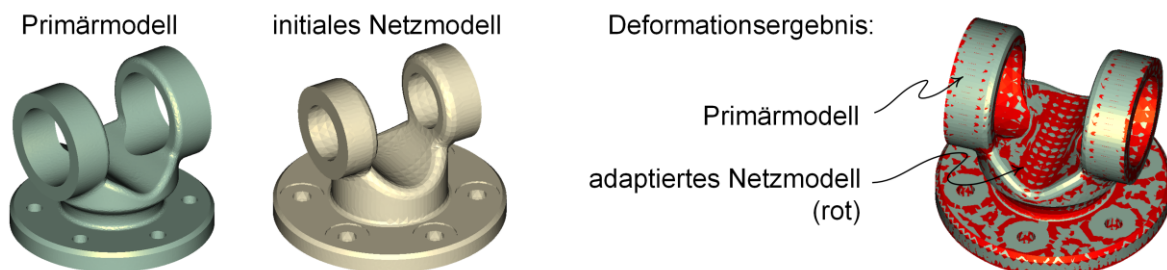
Für die senkrechte Seite des Primärmodells wurde eine Regelgeometrie (Ebene) bestimmt. Für Knoten des initialen Netzmodells, deren Zielpositionen in diesem Bereich liegen, wird bei der Berechnung der Deformation die Projektion auf die definierte Regelgeometrie berechnet. Das adaptierte Netzmodell besitzt in diesem Bereich eine ideal ebene Geometrie.

5.4 Validierung des adaptierten 3D-Netzmodells

Das adaptierte Netzmodell soll die Geometrie von Bereichen des Primär- und des initialen Netzmodells mit der Form und der Größenverhältnisse der Netzelemente des initialen Netzmodells repräsentieren. Mit der Validierung des adaptierten Netzmodells wird die Erfüllung dieser Kriterien überprüft. Dazu eignen sich

- die Berechnung von Abständen der Knoten des adaptierten Netzmodells zur Primärmodelloberfläche,
- die Berechnung von Abständen der Knoten des adaptierten Netzmodells zur initialen Netzmodelloberfläche sowie
- die Berechnung von Verformungen der Netzelemente.

Zur Ermittlung der Abstände zwischen dem Primär- und dem adaptierten Netzmodell werden die in der dritten Phase des Verfahrensmodells definierten Punktkorrespondenzen angewandt. Aus der darin fixierten Verknüpfung eines Knotens des initialen Netzmodells mit einer Zielposition wird der Abstand des transformierten Knotens zur Zielposition berechnet. Die Visualisierung des Abstandes in Falschfarbendarstellung ist in Abb. 5.30 exemplarisch dargestellt.



Falschfarbendarstellung der Abstände zwischen den Oberflächen des Primär- und des adaptierten Netzmodells:



Abb. 5.30: Beispiel zur Validierung der Abstände zwischen Primär- und adaptierten Netzmodell

Zur Validierung der Beibehaltung der Geometrie des initialen Netzmodells werden Abstände zwischen den Knotenpositionen des adaptierten und des initialen Netzmodells berechnet. Wenngleich die Berechnung für alle Knoten des adaptierten Netzmodells durchgeführt werden kann, ist die Analyse vor allem für Bereiche des adaptierten Netzmodells interessant, für die keine Adaption mit dem Primärmodell berechnet wird. Die Ermittlung der Beibehaltung der originalen Geometrie erfolgt jeweils getrennt für topologisch zusammenhängende Netzbereiche (Abb. 5.31). Die Verformungen zwischen verschiedenen zusammenhängenden Netzbereichen bleiben unberücksichtigt.

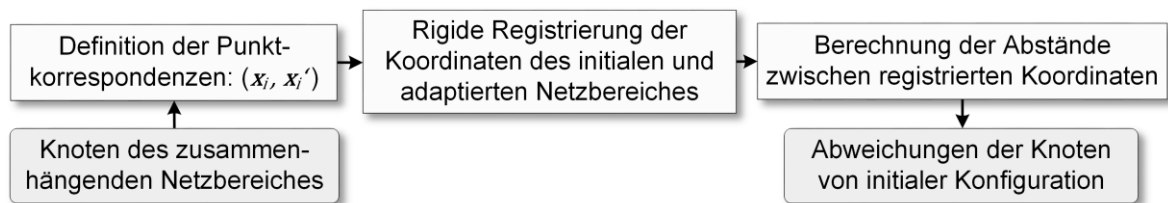


Abb. 5.31: Ermittlung der Abstände zwischen Netzbereichen des initialen und des adaptierten Netzmodells

Die Validierung der Beibehaltung der Geometrie des initialen Netzmodells ist exemplarisch in Abb. 5.32 verdeutlicht. Für jede Senkung wird die Abweichung zwischen der initialen und der adaptierten Geometrie unabhängig vom restlichen Netzmodell berechnet.

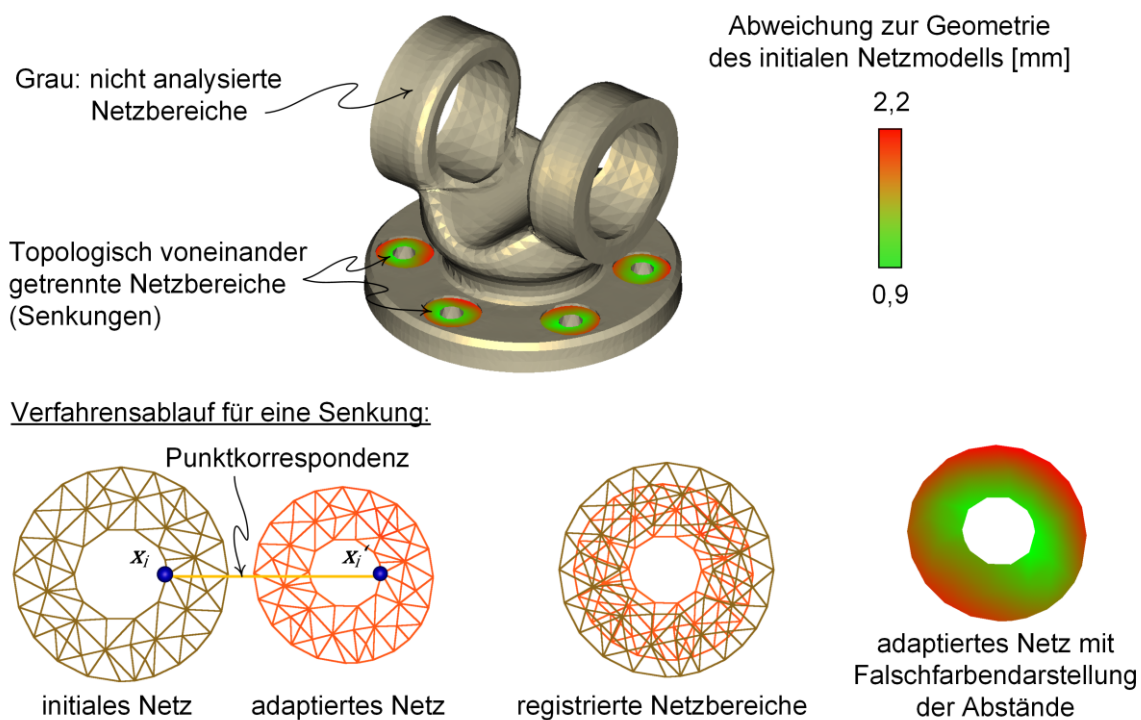


Abb. 5.32: Adaptiertes Netzmodell mit Falschfarbendarstellung zur Formabweichung gegenüber der Geometrie des initialen Netzmodells

Im angegebenen Beispiel erfolgt die Analyse für Netzbereiche, für die keine Zielkoordinaten auf der Primärmodelloberfläche definiert sind. Mit der Definition von Punktkorrespondenzen (x_i, x'_i) werden die Eingangsgrößen für die rigide Registrierung festgelegt. Die Punktkorrespondenzen verknüpfen die Positionen der Knoten der initialen und der adaptierten Konfiguration des Netzbereiches. Mit der rigiden Registrierung wird eine Transformation ermittelt, mit der beide Netzbereiche möglichst deckungsgleich in einem Koordinatensystem ausgerichtet werden. Anhand der registrierten Netzbereiche werden für jeden Knoten die Abstände der Positionen der initialen und der adaptierten Konfiguration des Netzbereiches berechnet.

Die Analyse der Verformung der Netzelemente umfasst die Berechnung der Änderung

- der Innenwinkel (Abb. 5.33 links) sowie
- der Kantenlängen (Abb. 5.33 rechts) der Netzelemente.

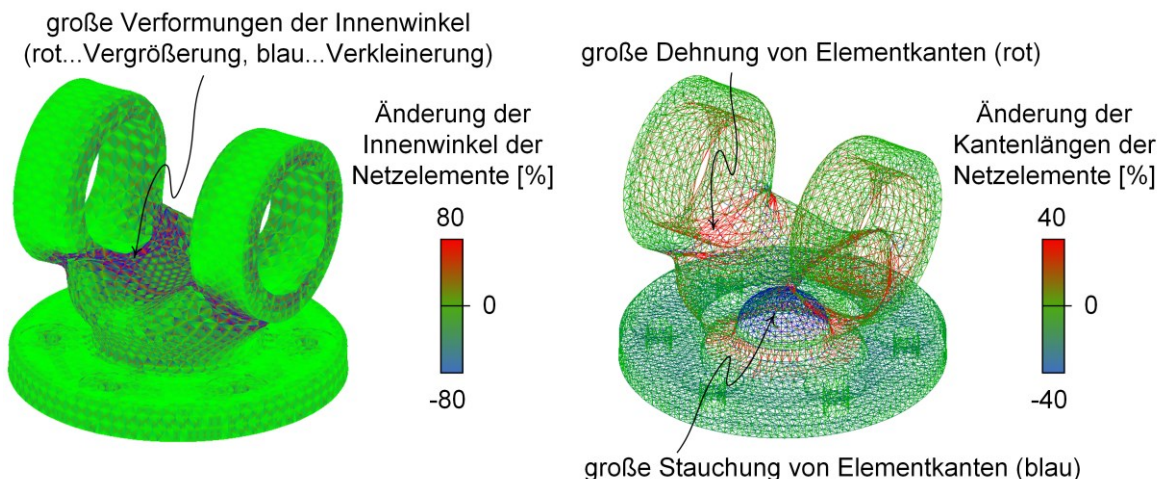


Abb. 5.33: Falschfarbendarstellung des adaptierten Netzmodells zur Validierung der Formänderung der Netzelemente

Beide Werte stellen Indikatoren dar, um Elemente zu identifizieren, die durch die Deformation kritische Formen für Anwendungen des adaptierten Netzmodells angenommen haben (z. B. sehr spitzwinklige Elemente bei FEM-Berechnungen).

Die Analyseergebnisse eignen sich zur Ableitung von Maßnahmen zur Veränderung des adaptierten Netzmodells. Mit der Identifizierung von Bereichen, in denen die Abstände des adaptierten Netzmodells zum Primärmodell größer als ein definierter Grenzwert sind, können Erhöhungen der Gewichtungsfaktoren der Zielpositionen lokal definiert werden. Die Erhöhung von Gewichtungsfaktoren differentieller Koordinaten begünstigt die Beibehaltung der Form der Netzelemente und eignet sich damit zur Korrektur von Netzbereichen mit starken Elementverformungen.

Anhand der analysierten Elementverformungen können zudem Maßnahmen für eine Topologieadaption abgeleitet werden (Vgl. Abb. 2.2). Für Elemente, deren Innenwinkel oder deren Kanten nach der Deformation ungeeignete Werte für die Weiterverarbeitung des adaptierten Netzmodells aufweisen, können Elementteilungen oder -zusammenführungen berechnet sowie das Hinzufügen oder das Entfernen von Netzknoten durchgeführt werden, um geeignete Elementformen zu erzeugen. Die Phase der Validierung stellt damit neben der Bewertung der Geometriadaption eine geeignete Schnittstelle zur Integration einer Topologieadaption ins Verfahrensmodell dar. Die Berücksichtigung einer geänderten Topologie im Verfahrensmodell ist in den angewandten Datenstrukturen sowie in den Methoden zur Erzeugung von Gestaltmerkmalen und zur Transformation des initialen Netzmodells grundsätzlich möglich, wird in dieser Arbeit jedoch nicht näher ausgeführt.

6 Anwendung der Netzdeformation

In diesem Kapitel wird die praxisnahe Anwendung der entwickelten Prozesskette dokumentiert. Begleitend zur Konzeptentwicklung und zur funktionalen Ausgestaltung der *Netzdeformation* wurde das Verfahrensmodell in Form einer Computeranwendung als Demonstrator umgesetzt, welcher zu Beginn kurz vorgestellt wird (Kap. 6.1). Die Prozesskette wird im Weiteren anhand von zwei Szenarien aus der Produktentwicklung praktisch angewandt (Kap 6.2, 6.3). Wesentliche Erkenntnisse aus beiden Anwendungsbeispielen werden in einer Auswertung abschließend dargelegt (Kap. 6.4).

6.1 Demonstrator

Der in dieser Arbeit dokumentierte Funktionsumfang der *Netzdeformation* wurde in Form einer Computeranwendung für das Windows-Betriebssystem umgesetzt. Die Bedienoberfläche umfasst ein Menüband sowie zwei 3D-Grafikbereiche (Abb. 6.1).

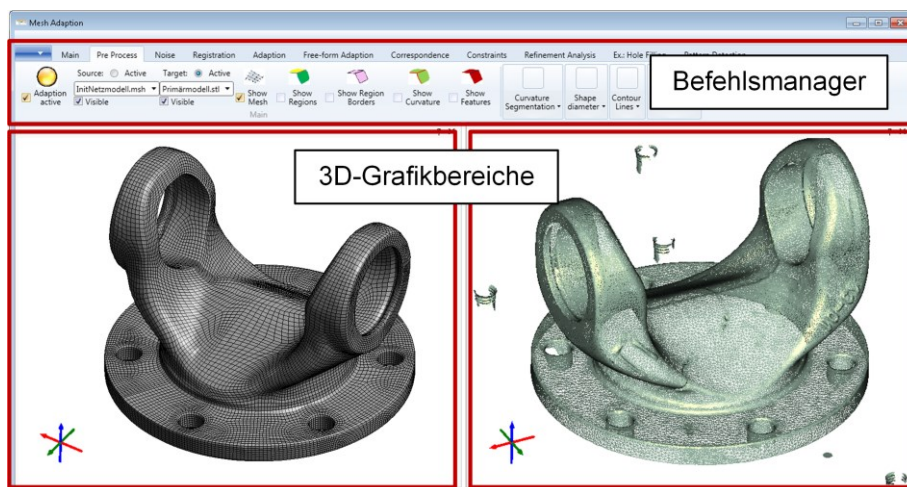


Abb. 6.1: Grafische Bedienoberfläche des Softwaredemonstrators der *Netzdeformation*

Das Menüband fungiert als Befehlsmanager, in dem Funktionen der entwickelten Prozesskette aufgerufen sowie Werte der Funktionsparameter definiert werden. Die 3D-Grafikbereiche dienen zur Visualisierung aller in der Prozesskette verarbeiteten 3D-Daten (Eingangsmodelle, Gestaltmerkmale, Punktkorrespondenzen, u. a.). Das Primär- und das initiale 3D-Netzmodell werden zur einfachen Bedienbarkeit standardmäßig getrennt voneinander in den beiden 3D-Grafikbereichen visualisiert. Die Möglichkeit der gemeinsamen Darstellung in einem einheitlichen Koordinatensystem ist zusätzlich gegeben. Zu den innerhalb der Grafikbereiche ausführbaren Aktionen des Anwenders zählt neben der Navigation (Rotation, Translation, Zoom) im Wesentlichen die Selektion von 3D-Daten zum Zweck

- der manuellen Festlegung von Gestaltmerkmalen (z. B. Punkte oder Segmente),
- der Korrektur berechneter Gestaltmerkmale (z. B. Entfernen, Vereinigen/Trennen von Segmenten),
- der manuellen Festlegung von Korrespondenzen zwischen Gestaltmerkmalen,
- der Korrektur berechneter Korrespondenzen (z. B. Entfernen).

In den nachfolgenden Praxisbeispielen wird die *Netzdeformation* anhand des Demonstrators durchgeführt.

6.2 Anwendungsbeispiel 1: FEM-Modellerstellung aus 3D-Digitalisierungsdaten

6.2.1 Problemstellung

Flanschmitnehmer werden an Gelenkwellen und Flanschgelenken eingesetzt, um zwischen räumlich versetzten An- und Abtriebssträngen eine Drehmomentenübertragung zu gewährleisten (Abb. 6.2).



Abb. 6.2: Gelenkwelle und Flanschgelenk mit Flanschmitnehmer [GEW18]

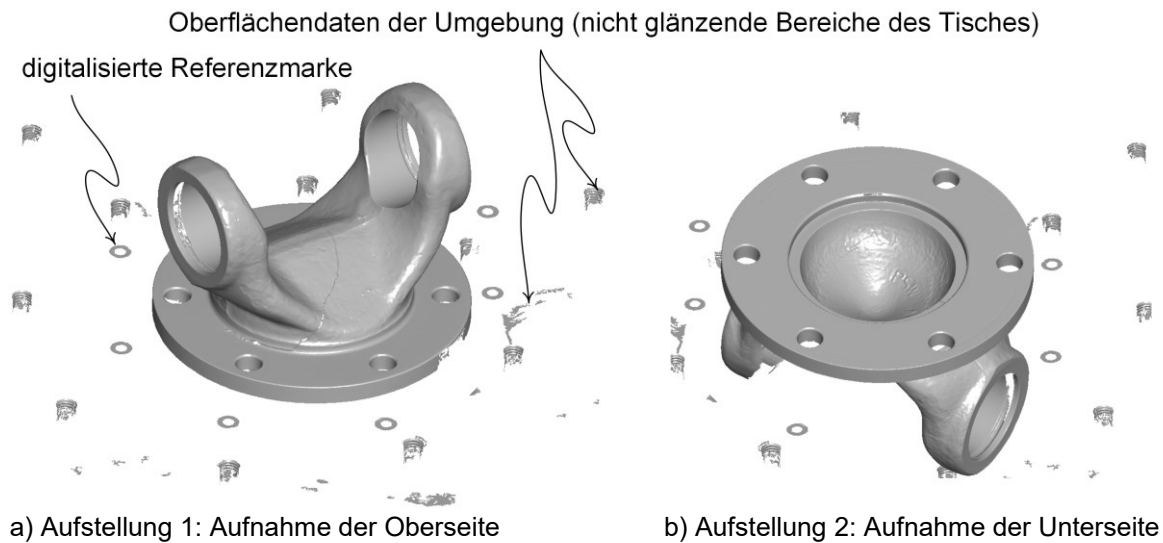
Bei der Entwicklung individueller Formen von Flanschmitnehmern besteht im vorliegenden Anwendungsfall die Zielstellung, Simulationen zur Festigkeit der Bauteile anhand der Realgeometrie gefertigter Prototypen durchzuführen. Die Untersuchungen sind an vier Varianten von Flanschmitnehmern umzusetzen, deren Gestalt sich im Wesentlichen im Mittelstück zwischen den Gelenkbohrungen voneinander unterscheidet (Abb. 6.3). Die Bauteile sind mit Techniken der 3D-Digitalisierung zu erfassen und zu FEM-Modellen aufzubereiten.



Abb. 6.3: Physische Modelle mit ähnlicher Gestalt

Für den Digitalisierungsprozess wird ein Streifenprojektionssystem eingesetzt, mit dem die Bauteiloberflächen als dichte Punktwolken erfasst werden. Zur vollständigen Erfassung der Oberfläche eines Flanschmitnehmers sind mehrere Aufnahmen aus unterschiedlichen Richtungen notwendig. Dabei wird das Aufnahmegerät um das Objekt bewegt. Die Flanschmitnehmer sind zudem in zwei verschiedenen Lagen aufzustellen, um alle Oberflächenbereiche zu erfassen. Auf den Bauteilen angebrachte Referenzmarken ermöglichen das Zusammensetzen der verschiedenen Aufnahmen in einem gemeinsamen Koordinatensystem. Ferner wird auf die Bauteile ein feinkörniges Pulver durch Sprühen aufgebracht, um eine für die Digitalisierung geeignete, mattweiße Oberfläche zu erzeugen.

Die Rohdaten der Digitalisierung eines Flanschmitnehmers umfassen zwei Modelle (Abb. 6.4), die jeweils eine Aufstellung des Digitalisierobjektes wiedergeben. In jeder Aufstellung wurden mehrere Aufnahmen aus unterschiedlichen Richtungen durchgeführt, die durch die gerätebegleitende Computeranwendung automatisch anhand der Referenzmarken zusammengesetzt werden. Ferner werden die Digitalisierungsdaten als triangulierte Punktwolke (Dreiecksnetz) ausgegeben.

**Abb. 6.4:** Rohdaten der 3D-Digitalisierung eines Flanschmitnehmers

Unabhängig von der Weiterverarbeitung der Rohdaten ist der Digitalisierungsprozess für jeden der vier Flanschmitnehmer durchzuführen. Der zeitliche Aufwand zur Erzeugung der Rohdaten eines Bauteils ist in Tab. 6.1 aufgeführt. Er kann näherungsweise für alle vier Bauteile als konstant angesehen werden.

Tab. 6.1: Zeitaufwand der 3D-Digitalisierung eines Flanschmitnehmers

	Bearbeitungsschritt	Dauer in Minuten
<u>Aufstellung 1</u>		
Vorbereiten des Digitalisierungsobjektes (Pulverbeschichtung, Aufbringen der Referenzmarken, Positionieren des Objektes)		5
Digitalisiervorgang (Positionieren des Aufnahmegerätes, Datenerfassung)		25
<u>Aufstellung 2</u>		
Vorbereiten des Digitalisierungsobjektes (Pulverbeschichtung, Aufbringen der Referenzmarken, Positionieren des Objektes)		5
Digitalisiervorgang (Positionieren des Aufnahmegerätes, Datenerfassung)		15
	<u>Gesamt</u>	50

Aus den Rohdaten (Primärmodell) ist im weiteren Ablauf ein FEM-Modell (3D-Netzmodell) zu erstellen, mit dem die Simulation zielführend durchgeführt werden kann. In Kap. 6.2.2 wird dazu eine konventionelle Prozesskette zur Erzeugung von FEM-Modellen aus 3D-

Digitalisierungsdaten betrachtet. Anschließend wird in Kap. 6.2.3 die in dieser Arbeit entwickelte Prozesskette angewandt.

6.2.2 Konventionelle Methodik

Die klassische Vorgehensweise bei der Erzeugung eines FEM-Modells aus 3D-Digitalisierungsdaten umfasst die Aufbereitung der Rohdaten zu einem bereinigten Dreiecksnetz, die Flächenrückführung zur Erzeugung eines Volumenmodells mit parametrischer Beschreibung der Oberfläche (CAD-Modell) sowie die Erstellung des FEM-Modells im Zuge der Simulationsvorbereitung (Abb. 6.5).

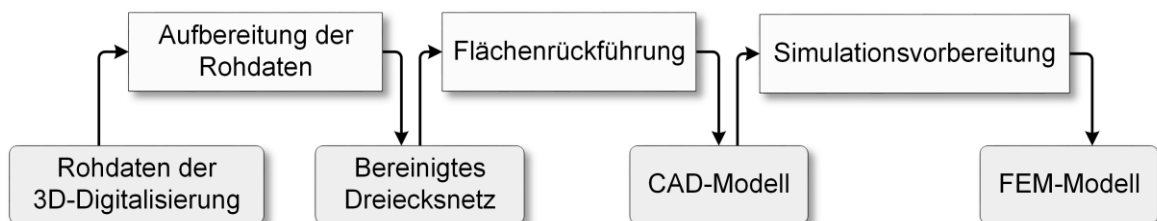


Abb. 6.5: Klassischer Ablauf der Erzeugung von FEM-Modellen aus 3D-Digitalisierungsdaten

Die Aufbereitung der Digitalisierungsrohdaten zielt darauf ab, ein vollständiges, geschlossenes Dreiecksnetz der Objektoberfläche ohne Umgebungsobjekte zu erhalten. Die Aufbereitung umfasst verschiedene Bearbeitungsschritte (Vgl. Tab. 2.1), die mit Computerprogrammen zur Bearbeitung von Polygonmodellen durchgeführt werden (z. B. *Geomagic Design X* [3DS17]). Das aufbereitete Dreiecksnetz eines Flanschmitnehmers besteht aus ca. 1 Mio. Dreiecken (Abb. 6.6).

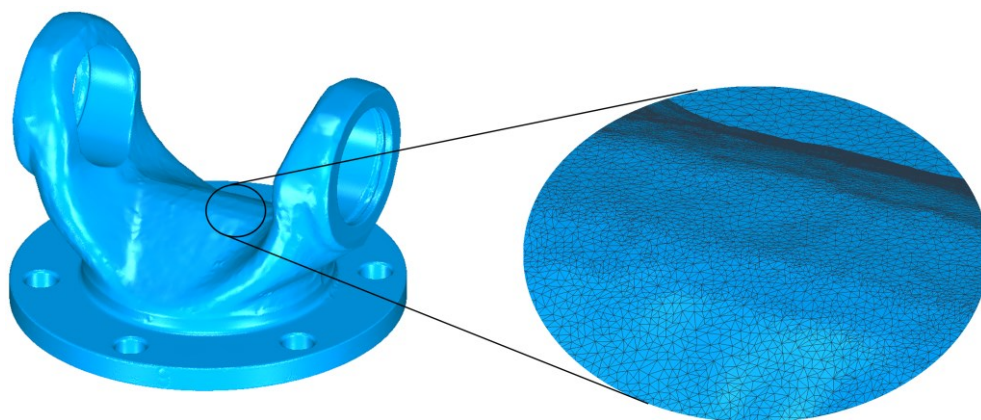


Abb. 6.6: Bereinigtes Dreiecksnetz der Oberfläche eines Flanschmitnehmers

Die Erzeugung eines Volumenmodells mit parametrischer Oberflächenbeschreibung (CAD-Modell) aus dem bereinigten Dreiecksnetz begünstigt die FEM-Modellerstellung in mehreren Aspekten:

- bessere Oberflächenqualität infolge geglätteter Konturen (z. B. zur Reduzierung von Messrauschen in den Datensätzen)
- Beeinflussung der Topologie des FEM-Netzes durch die Topologie des CAD-Modells (Form und Anordnung der Flächenstücke)
- höhere Kompatibilität mit Computeranwendungen zur Simulationsvorbereitung (Import z. B. über STEP-Datenformat).

Der Prozess zur Erzeugung eines CAD-Modells aus einem Dreiecksnetz wird nach [VDI15] als Flächenrückführung bezeichnet und kann mit Computerprogrammen zum Reverse Engineering durchgeführt werden (z. B. *Geomagic Design X* [3DS17]). Dabei wird das Dreiecksnetz durch eine Menge von Flächenstücken mit parametrischer Beschreibung (z. B. NURBS) approximiert, die stetig ineinander übergehen (z. B. positionsstetig, krümmungsstetig). Der wesentliche Aufwandsaspekt bei der Flächenrückführung liegt in der Definition von Flächenstücken, die nicht nur das Dreiecksnetz hinreichend genau approximieren, sondern vielmehr für die Anwendung bei der Simulationsvorbereitung geeignet sind. Aus Flächenstücken mit spitzen oder mit stumpfen Innenwinkeln sowie aus sehr kleinen Flächenstücken können innerhalb der Simulationsvorbereitung Vernetzungsprobleme resultieren (ungeeignete Form der FE-Elemente, unnötig hohe Netzauflösung), die aufwendig behoben werden müssen (Abb. 6.7).

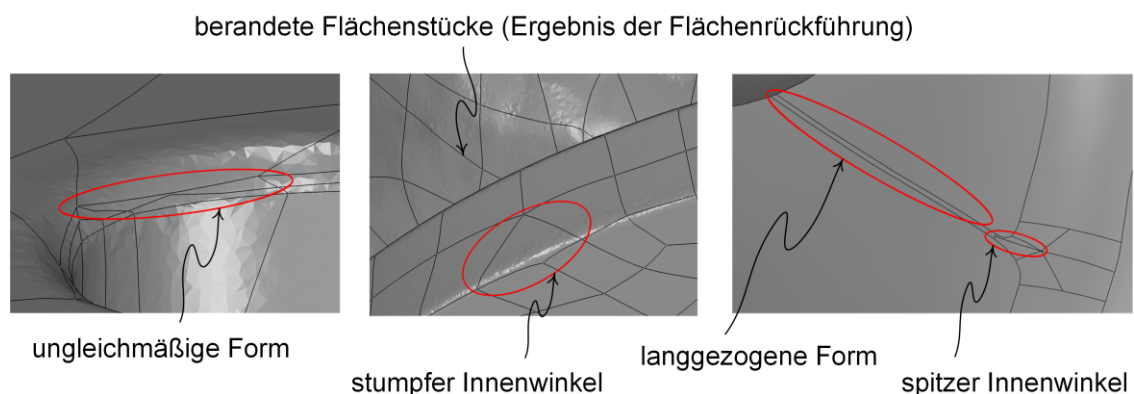


Abb. 6.7: Für Simulationsvorbereitung ungeeignete Flächenstücke aus Flächenrückführung

Die manuelle Korrektur von Flächenstücken während der Flächenrückführung umfasst das Verschieben von Eckpunkten und das Zusammenführen oder das Trennen von Flächenstücken. Das Ergebnis der Flächenrückführung eines Flanschmitnehmers zeigt Abb. 6.8.

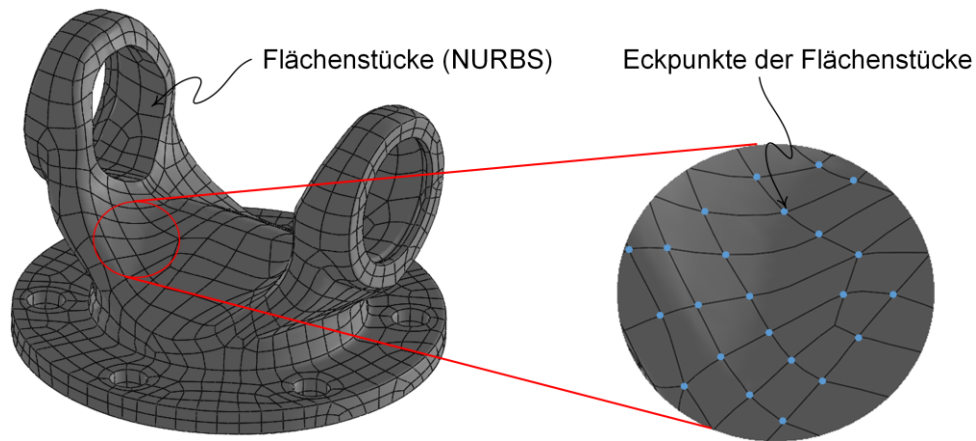


Abb. 6.8: Durch Flächenrückführung erzeugtes CAD-Modell eines Flanschmitnehmers

Der letzte Schritt der Modellaufbereitung umfasst die Simulationsvorbereitung, bei der das CAD-Modell für die Simulation geeignet vernetzt wird, sowie Randbedingungen zur Belastung, zur Lagerung und zum Material definiert werden (Abb. 6.9). Im vorliegenden Beispiel wird das im 3D-CAD-Programm *SolidWorks* enthaltene Simulationspaket *SolidWorks Simulation* angewandt [SWS18]. Die Vernetzungseigenschaften und die Randbedingungen werden anhand des CAD-Modells definiert, indem Modellbereiche selektiert und erforderliche Einstellungen vorgenommen werden (z. B. Elementgröße).

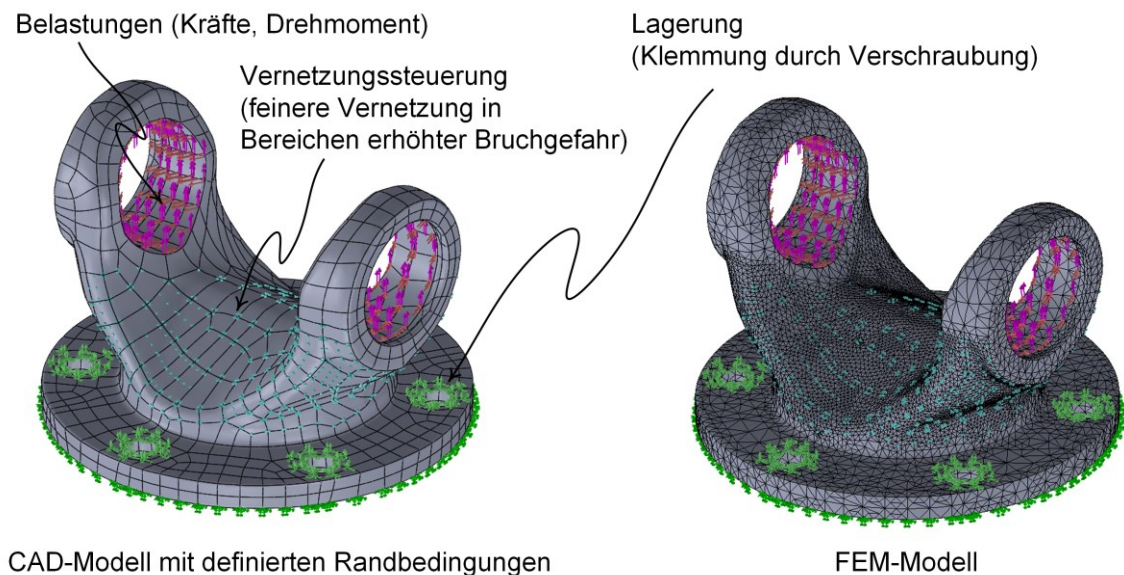


Abb. 6.9: Aus dem CAD-Modell abgeleitetes FEM-Modell eines Flanschmitnehmers

Bei der Modellaufbereitung wurde die für die wesentlichen Bearbeitungsschritte benötigte Zeit aufgenommen (Tab. 6.2). Die Gesamtbearbeitungszeit betrug ca. 80 Minuten, wovon ca. 25 % auf die Aufbereitung der Rohdaten, 45 % auf die Flächenrückführung und 30 %

auf die Simulationsvorbereitung entfallen. Der wesentliche Aufwandsaspekt der konventionellen Methodik resultiert aus der Zuordnung der Simulationsrandbedingungen und der Elementgrößen zu definierten Bereichen des Flanschmitnehmers. Die Zuordnung erfolgt manuell anhand der Flächenstücke des CAD-Modells, welche bei der Flächenrückführung erzeugt werden.

Tab. 6.2: Zeitaufwand zur Erzeugung eines FEM-Modells eines Flanschmitnehmers aus 3D-Digitalisierungsdaten bei der konventionellen Methodik

	Bearbeitungsschritt	Dauer in Minuten
	<u>Aufbereitung der Rohdaten</u>	
	Zusammensetzen der Rohdatensätze beider Aufstellungen	10
	Freischneiden des Scanobjektes von der Umgebung	5
	Beseitigen von Löchern in den Digitalisierungsdaten	5
	Erhöhung der Netzqualität	5
	<u>Flächenrückführung</u>	
	Berechnung der Oberflächenkrümmung und Ableitung von Konturlinien	5
	Berechnung des Gitters	5
	Berechnung der Flächenstücke	5
	Manuelle Korrektur für die Simulation ungeeigneter Flächenstücke	20
	<u>Simulationsvorbereitung</u>	
	Definition der Simulationsrandbedingungen (Auswahl der Flächenstücke im CAD-Modell + Festlegung der Randbedingungen)	10
	Definition der Vernetzungsparameter (Festlegung geeigneter globaler und lokaler Elementgrößen)	10
	<u>Gesamt</u>	80

6.2.3 Durchführung der Netzdeformation

Um für ein gegebenes Geometriemodell ein 3D-Netzmodell mit der *Netzdeformation* zu erzeugen, wird ein initiales 3D-Netzmodell vorausgesetzt. Im betrachteten Anwendungsfall stehen neben den physischen Bauteilen keine digitalen Modelldaten zur Verfügung. Für eines der vier Bauteile ist daher ein Netzmodell mit der konventionellen Methodik zu erzeugen. Dieses wird zur Durchführung der *Netzdeformation* für die weiteren drei Bauteile

als initiales Netzmodell angewandt. Ferner ist durch den Anwendungskontext gegeben, dass die wesentlichen Gestaltunterschiede der Bauteilvarianten im Mittelstück zwischen den Gelenkbohrungen vorhanden sind (Vgl. Abb. 6.3). Eine vollständige 3D-Digitalisierung der drei zu verarbeitenden Bauteile ist nicht erforderlich. Das initiale 3D-Netzmodell stellt bereits ein vollständiges FEM-Modell dar, das lediglich an die veränderte Geometrie der weiteren Bauteile angepasst wird. Bei der Digitalisierung der weiteren Bauteile werden daher jeweils nur Bereiche erfasst, die für den Anwendungskontext relevante Abweichungen vom initialen Netzmodell aufweisen und die für die Ausrichtung der beiden Eingangsmodelle in einem gemeinsamen Koordinatensystem geeignet sind. Die Digitalisierungsdaten umfassen im Wesentlichen das veränderliche Mittelstück zwischen den Gelenkbohrungen sowie die Bereiche um die Gelenk- und Flanschbohrungen. Für die *Netzdeformation* ergibt sich folgende Ausgangslage (Abb. 6.10):

- initiales 3D-Netzmodell: FEM-Modell eines der vier Bauteile
- Primärmodelle: partielle 3D-Digitalisierungsdaten der weiteren drei Bauteile (Aufstellung 1).

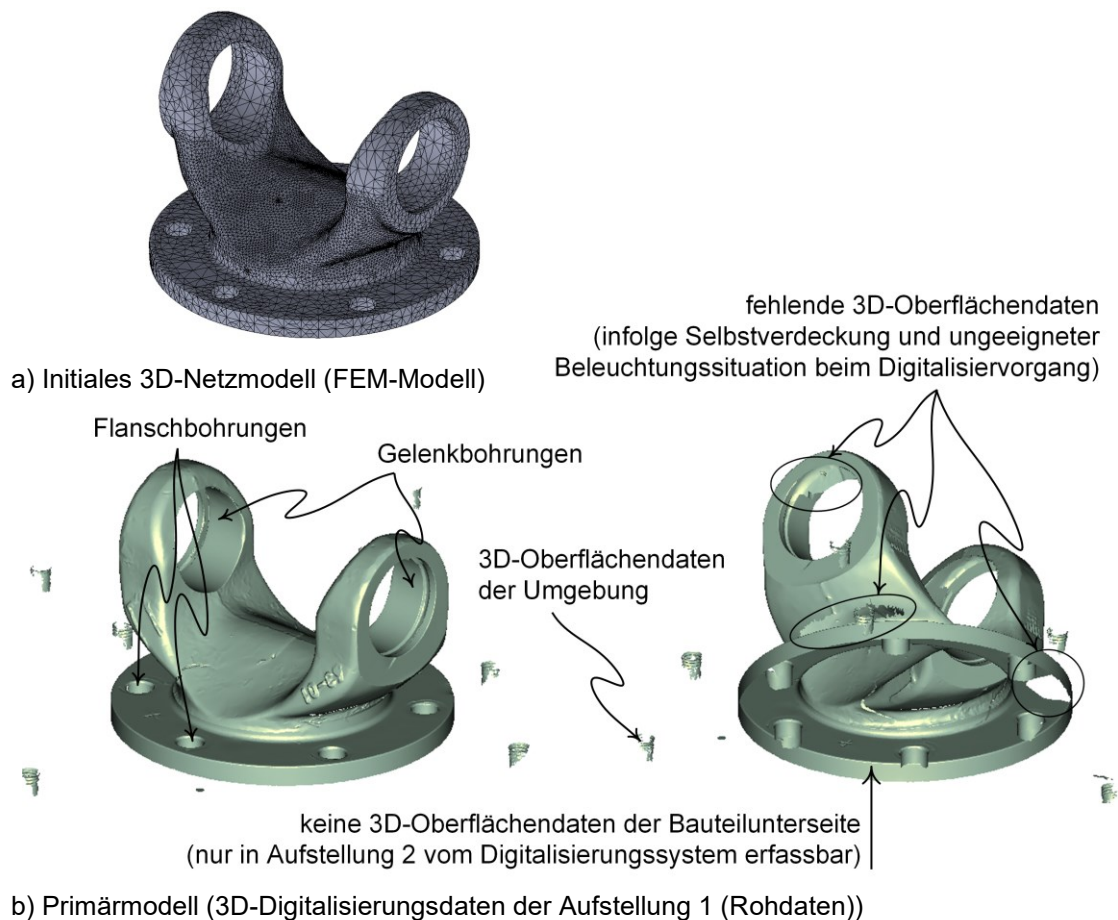


Abb. 6.10: Eingangsmodelle der *Netzdeformation*

Für die Eingangsmodelle werden im Weiteren Gestaltmerkmale bestimmt. Die Erzeugung von Gestaltmerkmalen zielt darauf ab, geometrisch ähnliche Modellbereiche zu identifizieren und die beiden Eingangsmodelle geeignet zueinander zu registrieren. Dazu werden die Oberflächenkrümmung, die Segmentierung und Regelgeometrien der Eingangsmodelle berechnet (Abb. 6.11). Unabhängig von der Anzahl der Primärmodelle erfolgt die Berechnung für das initiale Netzmodell einmalig.

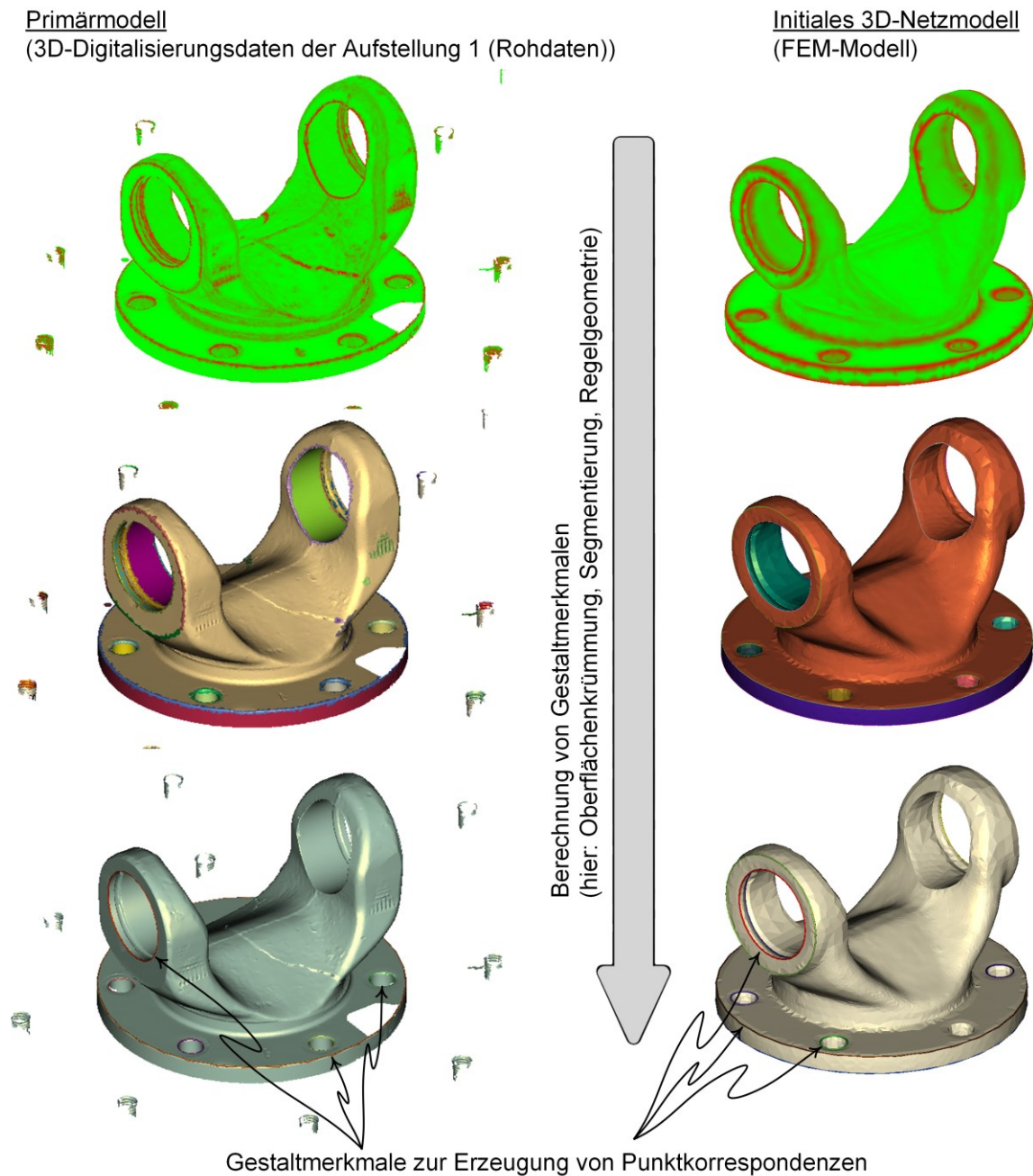


Abb. 6.11: Erzeugung von Gestaltmerkmalen

Die berechneten Regelgeometrien charakterisieren die Teile der Dreiecksnetze näher, die die Kantenbereiche der Bohrungen und der Flanschbereiche der Bauteile darstellen. Sie sind in allen Bauteilvarianten gleich und werden zur Ausrichtung der Primärmodelle mit dem initialen Netzmodell angewandt (technologische Basis). Die Ausrichtung umfasst die Grobregistrierung der Eingangsmodelle anhand der Mittelpunkte der Kreise sowie die Feinregistrierung mittels ICP-Verfahren anhand von Punktpaaren zwischen den Eingangsmodellen mit minimalen Abstand (nur Punktpaare mit Abstand < 1 mm). Anschließend werden für jeden Oberflächenknoten des initialen Netzmodells Punktkorrespondenzen mit der Primärmodelloberfläche bestimmt (Vgl. Kap. 5.2.5) (Abb. 6.12).

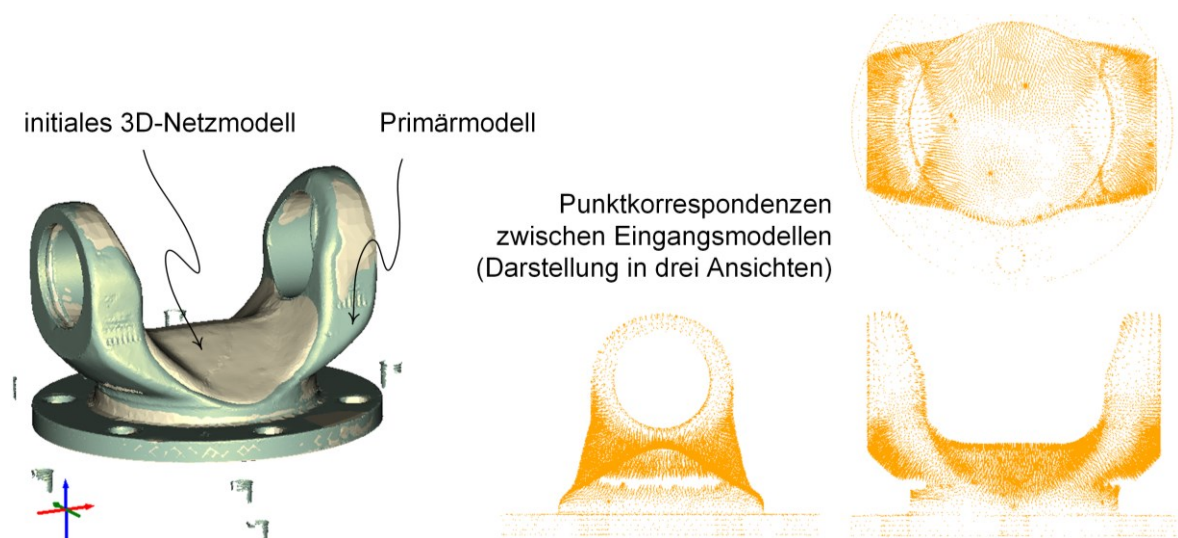


Abb. 6.12: Eingangsmodelle nach rigider Feinregistrierung und Punktkorrespondenzen

Anhand der ausgerichteten Eingangsmodelle erfolgt unter Anwendung der Punktkorrespondenzen die Berechnung der Deformation des initialen Netzmodells. Die Gewichtungen der Zielpositionen und der differentiellen Koordinaten eines Knotens des initialen Netzmodells wurden dabei im Verhältnis 1:1 gewählt. Abb. 6.13 stellt das adaptierte 3D-Netzmodell im Vergleich zu den beiden Eingangsmodellen dar.

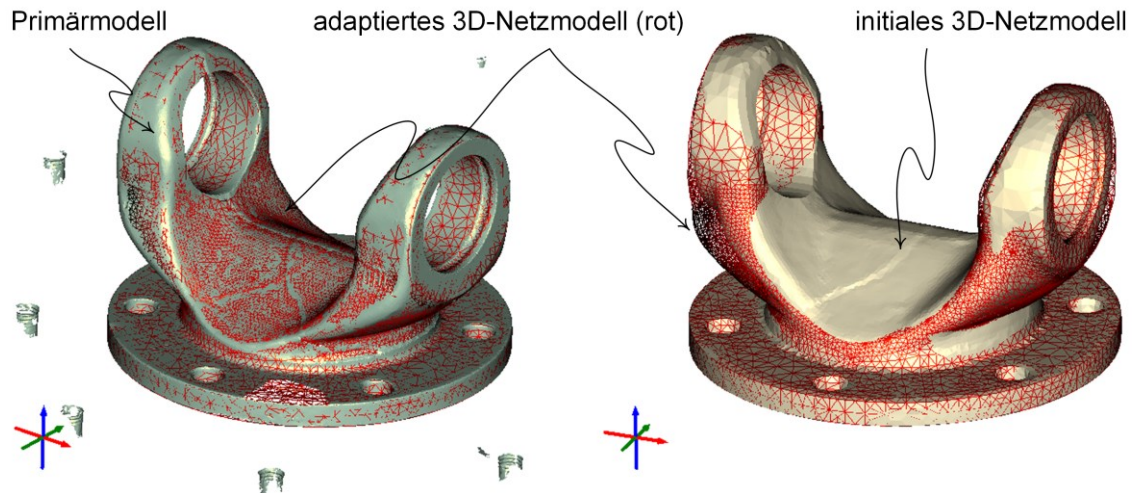


Abb. 6.13: Deformationsergebnis im Vergleich zum Primärmodell (links) und zum initialen 3D-Netzmodell (rechts)

Zur Validierung des adaptierten 3D-Netzmodells werden in diesem Beispiel an den Netzknoten die Abstände zwischen den Modelloberflächen bestimmt (Abb. 6.14). Die roten Bereiche in der Falschfarbendarstellung des Registrierungsfehlers markieren Modellbereiche mit den größten Abweichungen. Die Erhöhung der Gewichtung der Zielpositionen gegenüber den differentiellen Koordinaten im ARAP-Deformationsmodell führt zur Reduzierung des Registrierungsfehlers (hier: Reduzierung des maximalen Abstandes von 0,1 mm auf 0,005 mm). Das Beispiel bestätigt die Eignung des Verhältnisses der Gewichtungsfaktoren als Parameter zur Einhaltung eines maximal zulässigen Registrierungsfehlers.

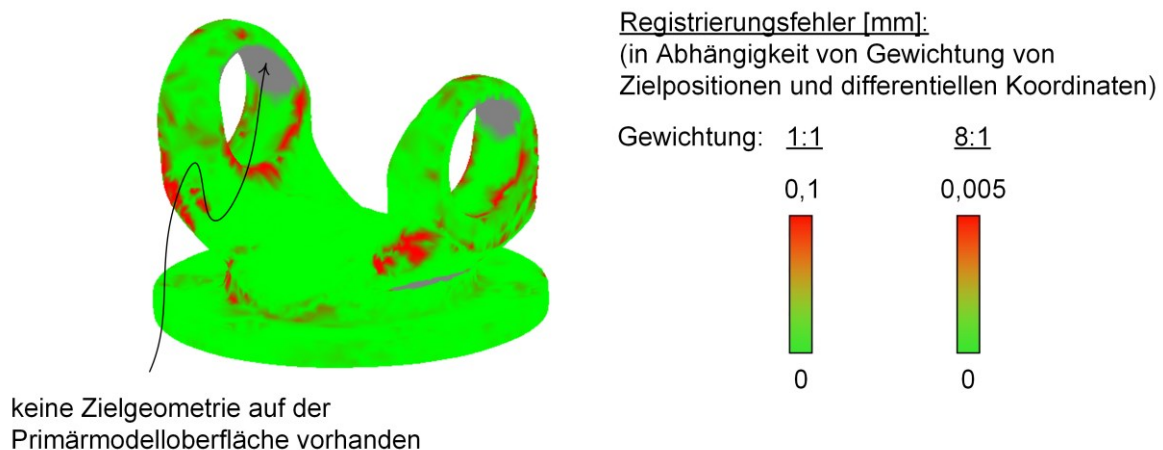


Abb. 6.14: Ergebnis der Validierung des adaptierten 3D-Netzmodells (Registrierungsfehler)

Während der Durchführung der *Netzdeformation* wurde der Zeitaufwand der einzelnen Arbeitsschritte erfasst und in Tab. 6.3 zusammengefasst. Die Gesamtbearbeitungszeit betrug ca. 40 Minuten. Den wesentlichen Aufwandsaspekt stellte die manuelle Korrektur

von Punktkorrespondenzen dar. Für Knoten des initialen Netzmodells, die nicht digitalisierte Modellbereiche repräsentieren, werden fälschlicherweise zum Teil Punktkorrespondenzen auf den Rändern der Scandaten berechnet. Diese führen zu ungeeigneten Verformungsergebnissen in den entsprechenden Modellbereichen und wurden durch den Anwender entfernt.

Tab. 6.3: Zeitaufwand zur Erzeugung eines FEM-Modells eines Flanschmitnehmers aus 3D-Digitalisierungsdaten bei der *Netzdeformation*

	Bearbeitungsschritt	Dauer in Minuten
<u>Erzeugung erforderlicher Geometriedaten</u>		
Erzeugung des Dreiecksnetzes der Oberfläche des FEM-Modells		5
<u>Erzeugung von Gestaltmerkmalen</u>		
Bestimmung der Oberflächenkrümmung und Segmentierung (inkl. Regelgeometrien) für die Digitalisierungsdaten und das FEM-Modell		10
<u>Transformation der Geometrie des initialen Netzmodells</u>		
Rigide Registrierung der Eingangsmodelle		5
Berechnung der Punktkorrespondenzen + Entfernen ungeeigneter Punktkorrespondenzen		10
Nicht-rigide Registrierung + Deformation der inneren Elemente des FEM-Modells		5
<u>Validierung des adaptierten Netzmodells</u>		
Berechnung der Abstände zwischen Primär- und adaptierten Netzmodell		5
	<u>Gesamt</u>	40

Die Durchführung der erläuterten Arbeitsschritte wiederholt sich für die weiteren Varianten des Flanschmitnehmers. In Abb. 6.15 sind abschließend die adaptierten 3D-Netzmodelle aller Varianten des Flanschmitnehmers dargestellt. Den Netzknoten der adaptierten Netzmodelle sind dabei unverändert die vom Anwender am initialen Netzmodell definierten Randbedingungen für die Simulation zugeordnet (nicht dargestellt) (Vgl. Abb. 6.9).

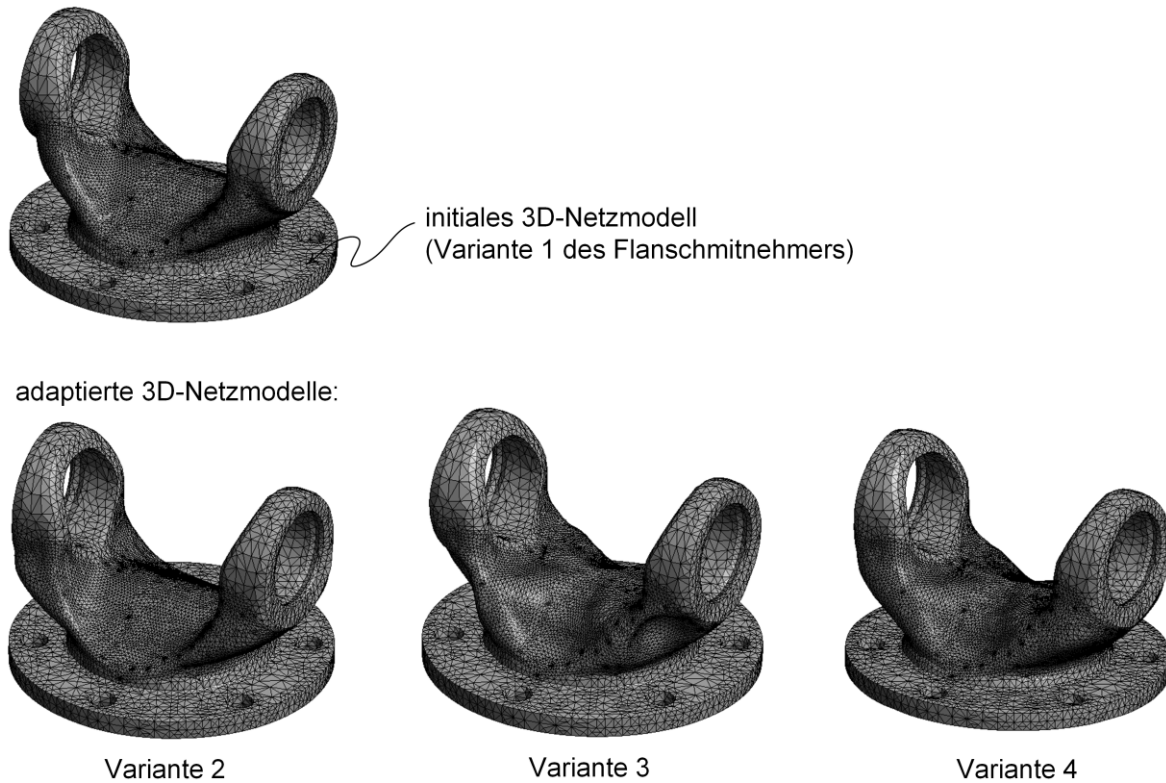


Abb. 6.15: Adaptierte 3D-Netzmodelle aller Flanschmitnehmervarianten

6.3 Anwendungsbeispiel 2: Rekonstruktion von Knochenbereichen

6.3.1 Problemstellung

Konturtreue Implantate ersetzen defekte Knochenbereiche (z. B. infolge Erkrankung oder Unfall) und bilden die ursprünglich gesunde Knochenform nach (Abb. 6.16). Die derzeitige Praxis der Herstellung patientenspezifischer Implantate umfasst nach der Diagnose des Knochendefektes im Wesentlichen die dreidimensionale Erfassung des Knochenbereiches (z. B. mittels CT), die näherungsweise Rekonstruktion der gesunden Knochenform aus den Digitalisierungsdaten, die Implantatkonstruktion sowie fertigungsbezogene Prozesse ([Sem17]).

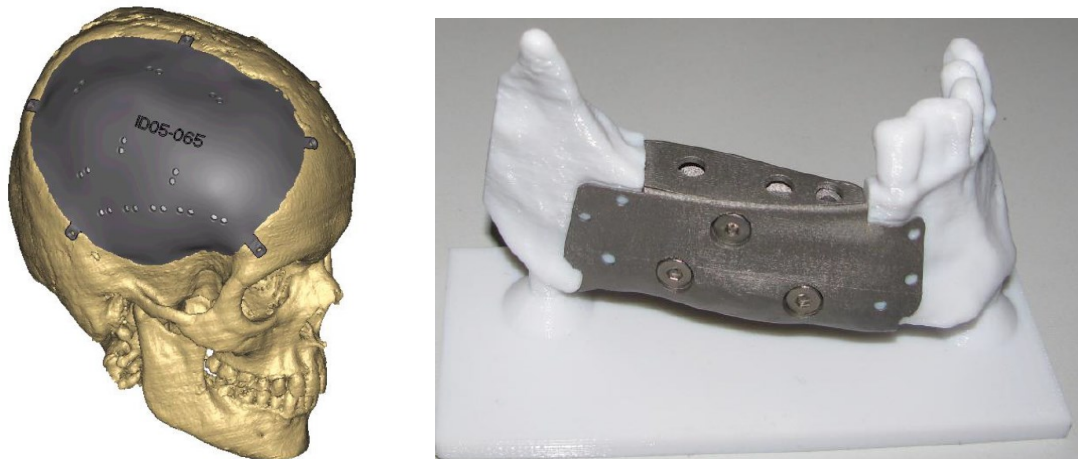


Abb. 6.16: Beispiele konturtreuer Implantate (links: Schädelkalotte, rechts: Unterkieferimplantat [Sem17])

Die *Netzdeformation* wird im vorliegenden Beispiel zur Knochenrekonstruktion am 3D-Modell eines menschlichen Unterkiefers angewandt (Abb. 6.17). Dabei handelt es sich um ein Dreiecksnetz, welches aus den Digitalisierungsdaten (CT-Daten, Vgl. Kap. 2.1) des realen Knochens abgeleitet wurde. Das Dreiecksnetz stellt die Oberfläche des Kieferknochens dar. Innere Knochenstrukturen werden nicht betrachtet. Der defekte Knochenbereich ist bei der Erzeugung des Dreiecksnetzes unberücksichtigt geblieben und ist im Weiteren durch eine näherungsweise rekonstruierte Geometrie des gesunden Knochens abzubilden. Die Rekonstruktion der gesunden Knochenform zielt darauf ab, im weiteren Verfahrensablauf ein für die Implantatkonstruktion geeignetes 3D-Modell des nachzubildenden Knochens zu erhalten.

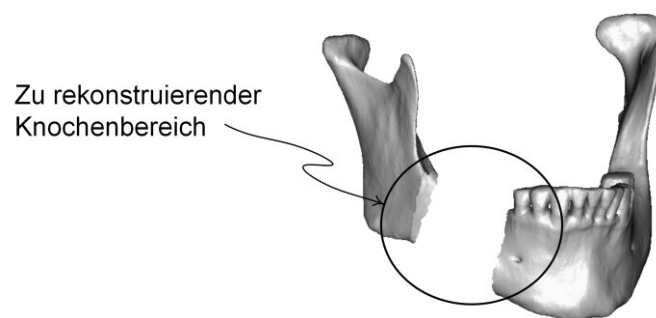


Abb. 6.17: Dreiecksnetz der Oberfläche eines menschlichen Unterkiefers mit Fehlstelle

6.3.2 Vergleichsmethodik

Als mögliches Verfahren zur Rekonstruktion von Knochenbereichen wird nachfolgend die in [Sem17] präsentierte konturlinienbasierte Modellrekonstruktion exemplarisch kurz

erläutert. Es handelt sich um ein geometrieerzeugendes Verfahren, bei dem der zu rekonstruierende Knochenbereich unter Anwendung von Zwischenkonturen, die aus Stütz- und aus Schnittkonturen erzeugt werden, neu modelliert wird (Abb. 6.18).

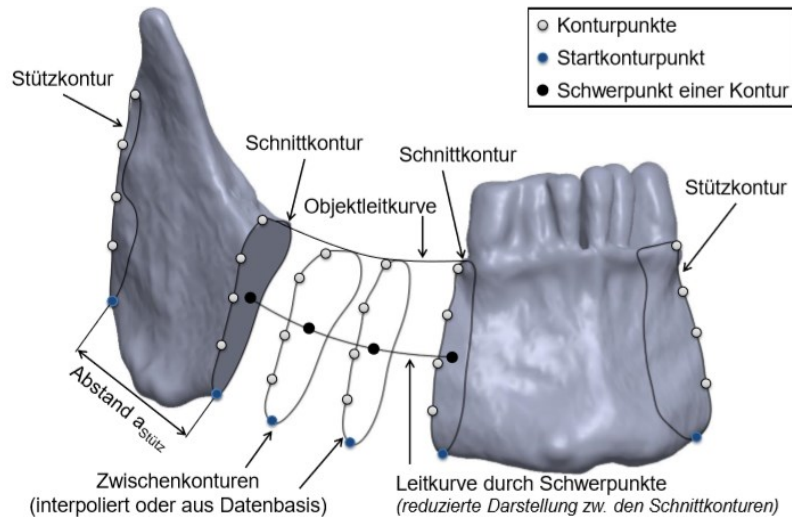


Abb. 6.18: Prinzip der konturlinienbasierten Modellrekonstruktion [Sem17]

Die zur Rekonstruktion des in Abb. 6.17 gezeigten Modells benötigten Arbeitsschritte umfassen im Wesentlichen

- die Aufbereitung des Dreiecksnetzmodells (Löcher schließen, Glätten, etc.),
- die Erzeugung eines parametrischen Flächenmodells (Flächenrückführung) sowie
- die Erzeugung der Rekonstruktionsgeometrie im Defektbereich.

Wesentliche Aufwandsaspekte resultieren aus der Überführung der diskreten Modelldaten in ein parametrisches Flächenmodell, auf dessen Basis die Modellrekonstruktion durchgeführt wird (Tab. 6.4). Das Ergebnis der Modellrekonstruktion zeigt Abb. 6.19.

Tab. 6.4: Zeitaufwand zur Rekonstruktion von Knochenbereichen unter Anwendung der konturlinienbasierten Modellrekonstruktion (Zeitangaben aus [Sem17])

	Bearbeitungsschritt	Dauer in Minuten
	Aufbereitung des Dreiecksmodells	60
	Flächenrückführung	70
	Konturlinienbasierte Modellrekonstruktion	10
	<u>Gesamt</u>	<u>140</u>

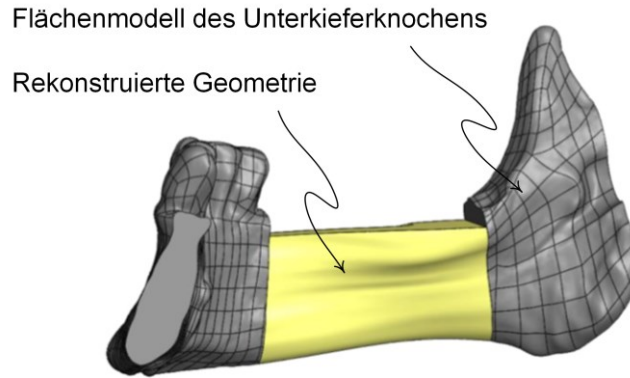


Abb. 6.19: Rekonstruierte Geometrie im Defektbereich des Unterkieferknochens [Sem17]

6.3.3 Durchführung der Netzdeformation

Die Anwendung der *Netzdeformation* auf die gegebene Problemstellung zielt darauf ab, die Geometrie des Kiefermodells durch Adaption eines zweiten, ähnlichen Kiefermodells abzubilden, welches keine defekten Knochenbereiche enthält. Das adaptierte Kiefermodell soll im Bereich der Fehlstelle eine valide Knochengeometrie aufweisen,

- die konturtreu zu den gesunden Knochenbereichen verläuft sowie
- die Geometrie des ursprünglich gesunden Knochens im Defektbereich geeignet abbildet.

Für die Anwendung der *Netzdeformation* ist die Definition eines Primär- und eines initialen Netzmodells erforderlich (Abb. 6.20 a). Das in Abb. 6.17 dargestellte Unterkiefermodell wird innerhalb der *Netzdeformation* als Primärmodell definiert. Das zu verformende Unterkiefermodell (initiales Netzmodell) wird im vorliegenden Anwendungsfall aus dem Primärmodell selbst gewonnen. Dazu wird die gesunde Kieferhälfte ausgeschnitten und um die Symmetrieebene des Unterkiefers gespiegelt¹⁵. Die Symmetrieebene wird entsprechend Abb. 6.20 b) aus Geometriemerkmalen des Unterkiefers bestimmt.

¹⁵ Es können auch nicht aus dem Primärmodell abgeleitete Geometriemodelle als initiales Netzmodell angewandt werden (z. B. statistische Formmodelle, die die Durchschnittsform der Knochengeometrie mehrerer Personen abbilden).

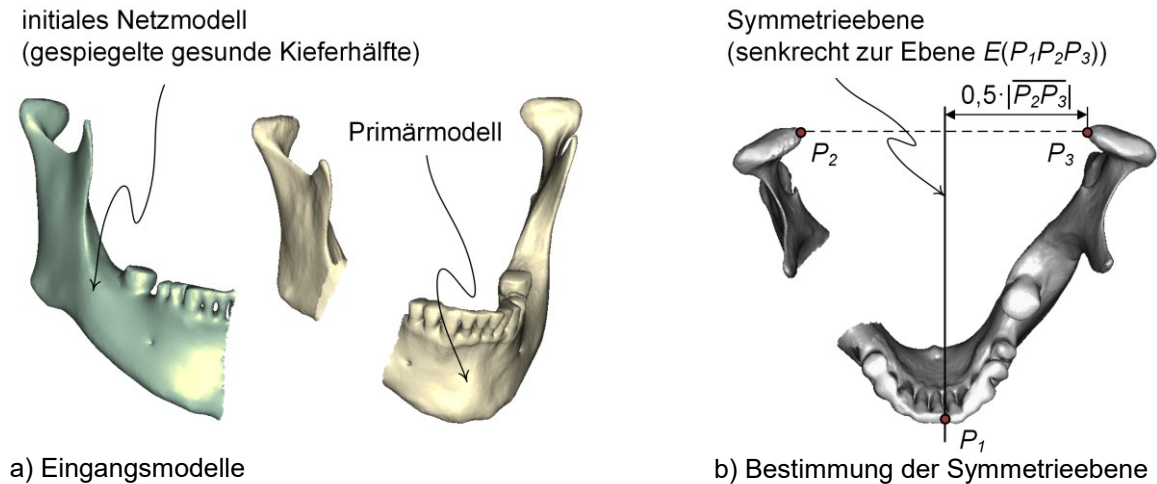


Abb. 6.20: Konfiguration der Netzdeformation

Für die Eingangsmodelle erfolgt im Weiteren die Bestimmung der Oberflächenkrümmung (Abb. 6.21). Die Visualisierung der Krümmung auf dem Objekt dient dem Anwender im weiteren Vorgehen als Hilfsmittel zur manuellen Festlegung korrespondierender, markanter Punkte der Modelloberflächen (z. B. Punkte in Bereichen starker Krümmung).

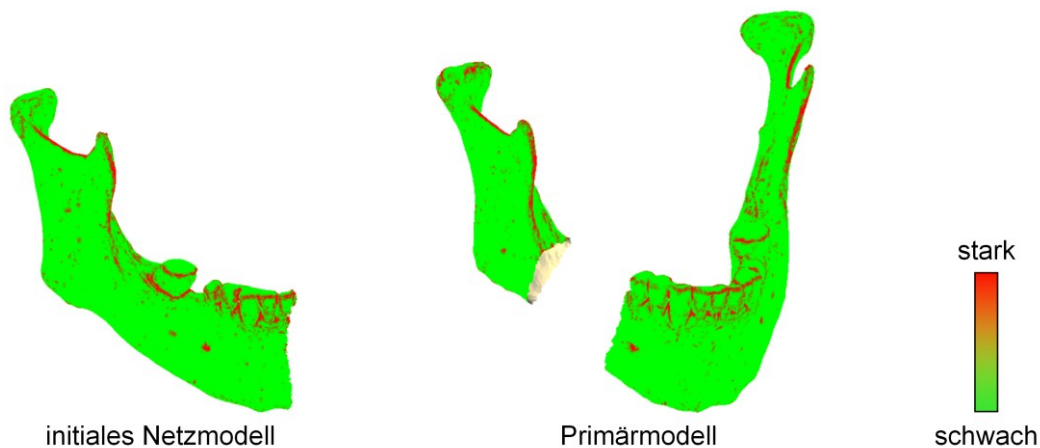


Abb. 6.21: Oberflächenkrümmung der Eingangsmodelle

Die Eingangsmodelle werden im nächsten Schritt in einem gemeinsamen Koordinatensystem möglichst deckungsgleich durch rigide Registrierung ausgerichtet (Abb. 6.22). Es erfolgt sowohl eine Grobregistrierung mit durch den Anwender festgelegten Punktkorrespondenzen als auch eine Feinregistrierung mittels ICP. Für die Feinregistrierung werden die durch den Anwender festgelegten Punktkorrespondenzen algorithmisch um weitere Punktpaare ergänzt. Für jeden Knoten des initialen Netzmodells wird dazu ein korrespondierender Punkt auf der Primärmodelloberfläche berechnet (Vgl. Kap. 5.2.5). Als Grenzwert des zulässigen Abstandes zwischen den Punktpaaren wird 1 mm definiert. Punktkorrespondenzen mit größerem Abstand bleiben unberücksichtigt.

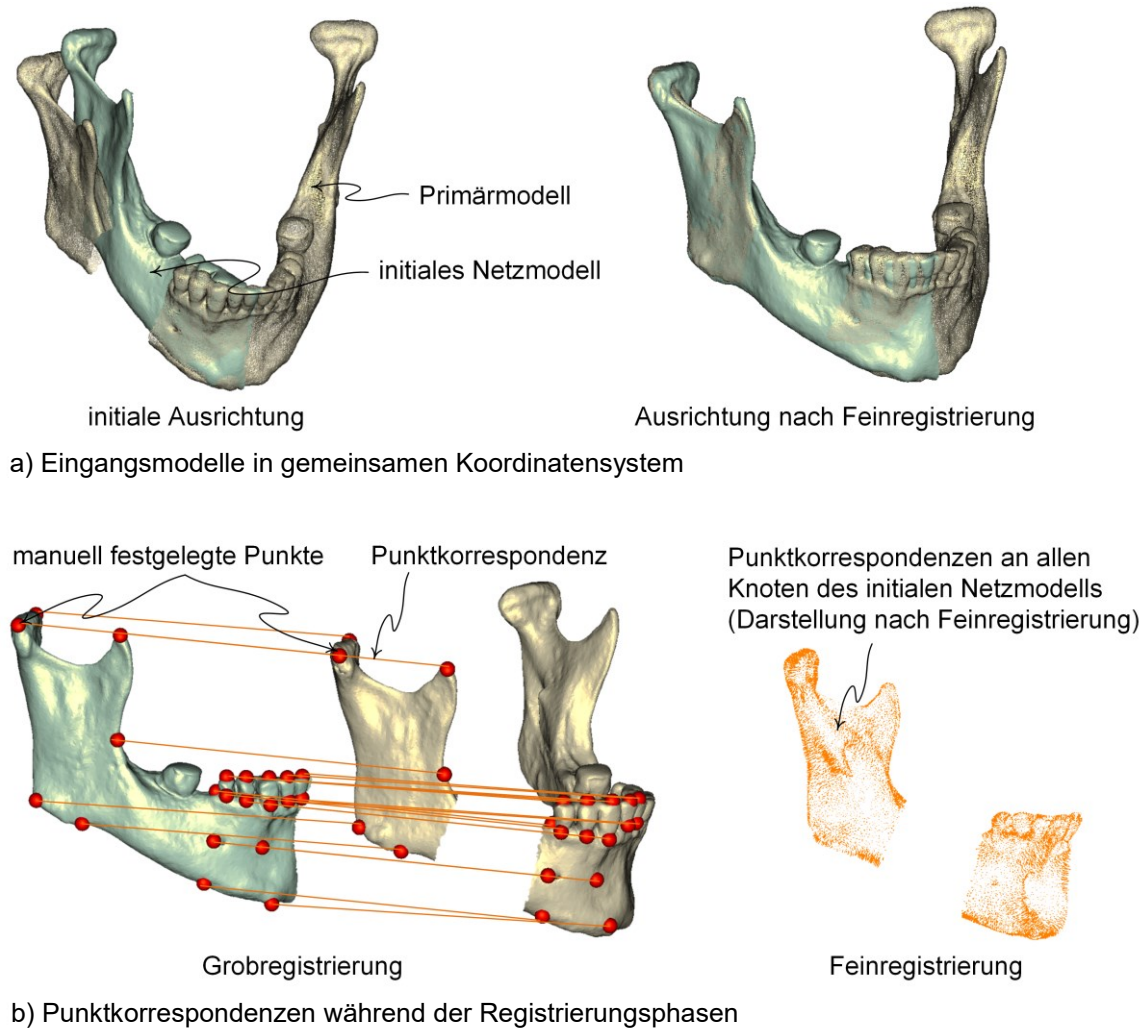


Abb. 6.22: Rigide Registrierung der Eingangsmodelle

Die finale Transformation des initialen Netzmodells umfasst die nicht-rigide Registrierung der Eingangsmodelle. Dabei wird die Modelloberfläche unter Anwendung der nach der Feinregistrierung berechneten Punktkorrespondenzen verformt (Abb. 6.23).

Das adaptierte Netzmodell bildet die zuvor defektbehaftete Kiefernhälfte im rekonstruierten Zustand ab. Es ist in weiterführenden Prozessen für die Implantatkonstruktion sowie für Festigkeitsnachweise mittels Simulation anwendbar. Zur Erzeugung eines Oberflächenmodells des gesamten Unterkiefers aus dem Primär- und aus dem adaptierten Netzmodell eignen sich Werkzeuge zur Verschmelzung von Dreiecksnetzen (z. B. in [3DS17]).

Die zur Durchführung der einzelnen Prozessschritte benötigte Zeit ist in Tab. 6.5 aufgeführt. Die manuell durchzuführenden Arbeitsschritte (Erzeugung des initialen Netzmodells, Selektion korrespondierender Modellpunkte) stellen die wesentlichen Aufwandsaspekte des betrachteten Anwendungsfalls dar.

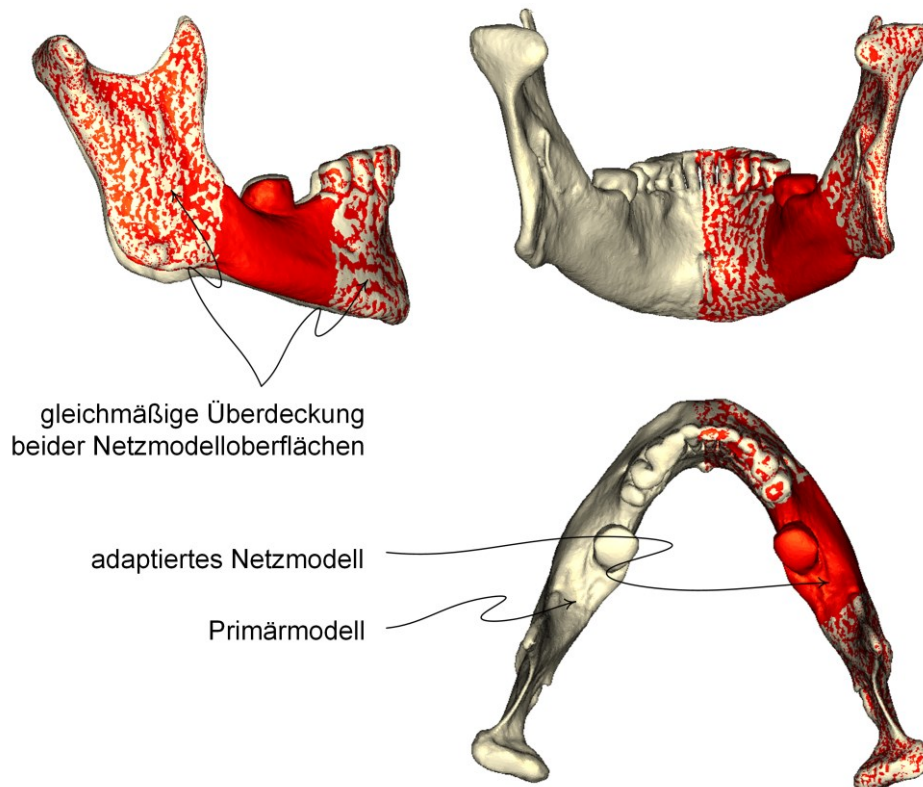


Abb. 6.23: Primär- und adaptiertes Netzmodell in gemeinsamen Koordinatensystem

Tab. 6.5: Zeitaufwand zur Rekonstruktion des defekten Knochenbereiches des Unterkiefers bei der Netzdeformation

	Bearbeitungsschritt	Dauer in Minuten
<u>Erzeugung des initialen Netzmodells</u>		
	Ausschneiden und Spiegeln der gesunden Kieferhälfte	10
<u>Erzeugung von Gestaltsmerkmalen</u>		
	Berechnung der Oberflächenkrümmung der Eingangsmodelle	5
<u>Transformation der Geometrie des initialen Netzmodells</u>		
	Manuelle Selektion korrespondierender Modellpunkte	10
	Rigide Registrierung der Eingangsmodelle	5
	Nicht-rigide Registrierung	5
<u>Validierung des adaptierten Netzmodells</u>		
	Berechnung der Abstände zwischen Primär- und adaptierten Netzmodell	5
	<u>Gesamt</u>	40

6.4 Auswertung

Anhand der dargelegten Beispiele konnte die Anwendbarkeit der entwickelten Prozesskette zur Erzeugung von 3D-Netzmodellen in der Umsetzung als anwenderorientiertes Computerprogramm bestätigt werden. Es konnte nachgewiesen werden, dass im Rahmen von Produktentwicklungsprozessen für ein Primärmodell ein Netzmodell durch gezielte Deformation eines geometrisch ähnlichen, initialen Netzmodells abgeleitet werden kann.

Ein wesentliches Kennzeichen der *Netzdeformation* ist die Beibehaltung von Merkmalen (Geometrie, Topologie, Technologieparameter) des initialen Netzmodells bei der Modelltransformation. Die Funktionalität hat sich bei der Verarbeitung sowohl technischer als auch natürlicher Objekte als geeignet erwiesen. Im ersten Anwendungsbeispiel wurden die Topologie und die Technologieparameter eines initialen FEM-Modells auf ein ähnliches Geometriemodell übertragen (FEM-Vernetzung und FEM-Randbedingungen). Aufwendige Prozesse zur wiederholten Erzeugung der Netzmerkmale wurden vermieden. Im zweiten Anwendungsbeispiel war die Überführung der Geometrie eines initialen Netzmodells auf ein ähnliches Geometriemodell maßgeblich (gesunde Knochengestalt im Defektbereich). Das adaptierte Netzmodell zeichnet sich durch eine natürliche und detailliert rekonstruierte Knochenform im Defektbereich aus. Zudem werden durch das angewandte Verfahren auch Zahnformen und -positionen (in diesem Fall eines Zahnes) im rekonstruierten Knochenbereich abgebildet, was nachfolgende Prozesse (Konstruktion eines geeigneten Implantats) weiter begünstigt.

Mit der Integration vorhandener 3D-Netzmodelle in die Netzmodellableitung, mit der Reduzierung zu transformierender Parameter sowie mit der einfachen anwenderorientierten Durchführbarkeit geht zudem eine Zeitersparnis der Netzmodellableitung gegenüber etablierten Verfahren einher. Auf Grundlage der vorgestellten Anwendungsbeispiele wurde der für die Netzmodellableitung benötigte Zeitaufwand bei der Anwendung der *Netzdeformation* und der jeweiligen Vergleichsmethodik bestimmt. Eine Gegenüberstellung der Bearbeitungszeiten zeigt Tab. 6.6.

Tab. 6.6: Vergleich des Zeitaufwandes für die Netzmodellableitungen der Anwendungsbeispiele

	Anwendungsbeispiel 1	Anwendungsbeispiel 2
<i>Netzgenerierung</i>	80 min	140 min
<i>Netzdeformation</i>	40 min	40 min
<u>Reduzierung des Zeitaufwandes</u>	50 %	71 %

Die Zeitersparnis resultiert im Wesentlichen aus der Vermeidung

- der wiederholten Integration von Anforderungen und von Technologieparametern des Anwendungskontextes in das zu erzeugende 3D-Netzmodell (z. B. Simulationsvorbereitung, Vgl. Kap. 6.2.2) sowie
- der Erzeugung temporärer Geometriemodelle, die lediglich zur Ableitung des 3D-Netzmodells aus dem Primärmodell angewandt und danach verworfen werden (z. B. Flächenrückführung, Vgl. Kap. 6.2.2).

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

3D-Netzmodelle sind zur Definition geometrischer und technologischer Parameter dreidimensionaler Objekte wesentlicher Bestandteil digitaler Produktentwicklungsprozesse. Die Merkmale eines 3D-Netzmodells umfassen geometrische, topologische und technologische Parameter. Sie werden durch die Transformation von Parametern und von Anforderungen eines Anwendungskontextes und/oder eines dreidimensionalen Geometrie-modells (Primärmodell) festgelegt (Netzmodellableitung).

Ein Defizit etablierter Verfahren der Netzmodellableitung ist die unzureichende Anpassbarkeit der Geometrie des erzeugten Netzmodells nach Änderungen der Geometrie des Primärmodells. Eine veränderte Primärmodellgeometrie ist nicht durch die Aktualisierung der Positionen einzelner Netzknoten ins Netzmodell übertragbar, sondern erfordert die erneute Generierung aller Netzmodellmerkmale. Die wiederholte Transformation aller Parameter und aller Anforderungen des Primärmodells und des Anwendungskontextes stellt einen wesentlichen Aufwandsaspekt der Neugenerierung des Netzmodells dar. Im Hinblick auf eine mehrmalige Veränderung der Primärmodellgeometrie in iterativen Gestaltänderungsprozessen oder bei mehreren, ähnlichen Primärmodellen ist die Reduzierung der zu transformierenden Parameter und Anforderungen und die damit einhergehende Zeitersparnis und Reduktion subjektiver Einflüsse für effiziente und stabile Netzmodellableitungen wesentlich.

In dieser Arbeit wurde ein Ansatz vorgestellt, mit dem die zu transformierenden Parameter und Anforderungen für mehrere, in ähnlicher Konfiguration durchgeführte Netzmodellableitungen reduziert werden. Dabei werden die Merkmale der 3D-Netzmodelle nicht neu erzeugt, sondern von einem bereits definierten 3D-Netzmodell (initiales 3D-Netzmodell) übernommen und angepasst (adaptiertes 3D-Netzmodell). Aus diesem Ansatz wurde weiterführend die *Netzmodellableitung durch adaptive Deformation* (kurz: *Netzdeformation*) spezifiziert. Dabei wird durch Deformation eines initialen Netzmodells unter Beibehaltung

der topologischen und der technologischen Parameter ein an die Geometrie des Primärmodells adaptiertes Netzmodell erzeugt. Die wesentliche Herausforderung ist die gestaltorientierte Deformation des initialen Netzmodells, bei der die Adaption zwischen ähnlichen Gestaltmerkmalen der Eingangsmodelle (Primär- und initiales Netzmodell) erfolgt.

Es wurden Anforderungen definiert, die ein breites Anwendungsspektrum in Produktentwicklungsprozessen begünstigen. Die Anforderungen umfassen im Wesentlichen die Kompatibilität des Prozesses mit verschiedenen 3D-Geometrierepräsentationsformen und mit beliebiger Objektgestalt sowie eine Verformungsberechnung, mit der definierte Gestaltmerkmale sowie die Form der Netzelemente des initialen Netzmodells bestmöglich erhalten bleiben. Dafür wurde ein Vier-Phasen-Modell entwickelt, was die notwendigen Schritte zur Realisierung der Anforderungen enthält. Das Modell beinhaltet demnach die Erzeugung erforderlicher Geometriedaten, die Erzeugung von Gestaltmerkmalen, die Transformation der Geometrie des initialen 3D-Netzmodells sowie die Validierung des adaptierten 3D-Netzmodells. Der Funktionsumfang der Modellphasen sowie geeignete Methoden wurden im Anschluss diskutiert. Ferner wurden die in den Modellphasen erforderlichen und erzeugten Daten analysiert und geeignete Datenstrukturen für 3D-Netzmodelle, für Gestaltmerkmale und für Punktkorrespondenzen definiert.

Gestaltmerkmale sind ein wesentliches Element der *Netzdeformation*, um die äußere Form von Geometriemodellen zielführend zu charakterisieren und zu vergleichen. Mit ihnen wird den für die *Netzdeformation* unzureichenden Geometrieinformationen von Netzmodellen sowie der unzureichenden Vergleichbarkeit von Geometriemodellen unterschiedlicher Repräsentationsformen beigegeben. Die Erzeugung von Gestaltmerkmalen erfolgt anhand von Dreiecksnetzen, die aus den Eingangsmodellen abgeleitet werden. Für eine geeignete Beschreibung der Gestalt der Eingangsmodelle wurden drei Kategorien von Gestaltmerkmalen definiert. Die erste Kategorie sind globale Eigenschaften. Sie umfassen geometrische Größen, die das repräsentierte Objekt als Ganzes charakterisieren. Diesbezüglich wurde das Geschlecht von Objekten näher betrachtet. Es eignet sich zur Sicherstellung, ob die Oberflächen der Eingangsmodelle grundsätzlich durch Deformation zur Deckungsgleichheit gebracht werden können. Die zweite Kategorie sind lokale Eigenschaften. Sie definieren geometrische Größen für einzelne Punkte der Objekt-oberfläche. Die Untersuchungen haben ergeben, dass der Laplace-Beltrami-Operator ein wesentliches Element der *Netzdeformation* darstellt. Er eignet sich sowohl zur Identifizierung markanter Objektbereiche als auch zur Deformation des initialen Netzmodells und begünstigt die effiziente Durchführung der gesamten Prozesskette. Die dritte Kategorie sind Segmente. Sie definieren linien-, flächen- oder volumenhafte Bereiche, die das repräsentierte Objekt nach geometriebezogenen Kriterien unterteilen. Es wurden

Berechnungsmethoden entwickelt, Segmente nach krümmungsbezogenen Kriterien zu erzeugen und weiterführend Regelgeometrieparameter abzuleiten. Anhand von Beispielmolellen wurde gezeigt, dass die Methoden zur Erzeugung anwendbarer Gestaltmerkmale geeignet sind.

Weiterhin wurden Methoden zur Transformation des initialen Netzmodells untersucht. Es wurde gezeigt, dass Methoden der rigiden und der nicht-rigiden Registrierung für die *Netzdeformation* geeignet sind. Im Zuge dessen wurde ein Verfahren entwickelt, um Punktkorrespondenzen unter Anwendung von Gestaltmerkmalen zu erzeugen. Punktkorrespondenzen definieren für die Knoten des initialen Netzmodells jeweils eine Zielposition auf der Oberfläche des Primärmodells und bestimmen damit maßgeblich die Verformung des initialen Netzmodells. Zur Berechnung der Verformung wurde ein Deformationsmodell angewandt und zielgerichtet erweitert, das auf dem Laplace-Beltrami-Operator beruht. Das Deformationsmodell ist für Verformungsberechnungen von Dreiecksnetzen geeignet, bei denen sowohl die originale Form der Netzelemente als auch die Geometrie definierter Bereiche des Netzmodells erhalten bleiben sollen. Die Erweiterungen umfassen die Einführung von Gewichtungsfaktoren, die Anwendbarkeit sowohl für Flächen- als auch für Volumennetze mit beliebigen Elementen sowie die Integration von Regelgeometrien. Die Erweiterungen sind für die *Netzdeformation* wesentlich, da sie die Deckungsgleichheit der Oberflächen des Primär- und des adaptierten Netzmodells, die Beibehaltung originaler Gestaltmerkmale sowie die Unterstützung in der Produktentwicklung gängiger Netzrepräsentationen begünstigen. Die Funktionalität der Methoden wurde an verschiedenen Beispielen bestätigt.

Die entwickelten Methoden und Verfahren wurden in Form einer Computeranwendung für das Windows-Betriebssystem als Demonstrator umgesetzt. Die Anwendbarkeit der gesamten Prozesskette in der Produktentwicklung wurde an zwei praktischen Beispielen demonstriert und erörtert. Dabei wurde die *Netzdeformation* etablierten Verfahren der *Netzmodellableitung durch Merkmalsgenerierung* (kurz: *Netzgenerierung*) gegenübergestellt. Der Vergleich hat gezeigt, dass die Prozesszeiten um bis zu 71% gesenkt werden konnten. Maßgeblich dafür waren die Reduzierung zu transformierender Parameter sowie effiziente Methoden zur Transformation der verbliebenen Parameter bei der Netzmodellableitung.

7.2 Ausblick

Die entwickelten Methoden bieten eine Effizienzsteigerung für mehrfach in ähnlicher Konfiguration durchzuführende Netzmodellableitungen gegenüber etablierten Verfahren. Darüber hinaus besteht weiteres Potential zur Verbesserung der Effizienz und der Stabilität der *Netzdeformation*, was im Folgenden abschließend erörtert wird.

Die in der Arbeit erläuterte Berechnung der Oberflächenkrümmung und die krümmungsorientierte Ableitung von Segmenten in der zweiten Phase des Verfahrensmodells eignen sich grundlegend zur Identifizierung markanter Bereiche dreidimensionaler Objekte. Die Berechnung von Regelgeometrien ermöglicht darauf aufbauend, einfache Grundformen in den Objekten näher zu charakterisieren. Darüber hinaus existieren viele weitere Berechnungsmethoden zur Segmentierung dreidimensionaler Objekte. Mit der Integration auf bestimmte Objektformen ausgerichteter Berechnungsmethoden kann die *Netzdeformation* auf definierte Objekttypen weiter spezialisiert werden (z. B. bestimmte Knochen, Organe).

Anhand globaler Gestaltmerkmale wird die grundlegende Adaptierbarkeit des initialen Netzmodells an das Primärmodell zu einem möglichst frühen Zeitpunkt innerhalb der Prozesskette sichergestellt. Diesbezüglich wurde in der Arbeit das Geschlecht der repräsentierten Objekte bestimmt und miteinander verglichen. Grundlegend gilt, dass gleichgeschlechtliche Objekte durch Deformation eines der Objekte zur Deckungsgleichheit gebracht werden können. Darüber hinaus ist für die Deckungsgleichheit zweier 3D-Netze nicht nur eine topologische, sondern auch eine geometrische Betrachtungsweise der Problemstellung relevant. Ob Deckungsgleichheit von Netzmodelloberflächen mit einer definierten Genauigkeit erzielt werden kann, hängt auch von der Anzahl, der Form und der Verteilung der Netzelemente ab. Mit welcher Genauigkeit die Primärmodelloberfläche durch die Topologie des initialen Netzmodells beschrieben werden kann, ist derzeit nur nach der Verformungsberechnung bestimmbar. Eine Abschätzung der Genauigkeit in einer frühen Phase der *Netzdeformation* würde es jedoch ermöglichen, Netzmodelle mit einer ungeeigneten Topologie zu identifizieren, bevor die gesamte Prozesskette durchlaufen wird. Diesbezüglich sind Vergleiche der Anzahl und der Größe der Netzelemente beider Modelloberflächen denkbar.

Die *Netzdeformation* ist ein Verfahren zur Adaption der Geometrie des initialen Netzmodells an die Geometrie eines Primärmodells. Die Integration von Methoden zur Topologieänderung des initialen Netzmodells würde das Verfahren weiter verbessern. So könnte die Netzauflösung lokal erhöht oder reduziert werden, um eine auf die Geometrie des Primärmodells besser angepasste Topologie zu erhalten. Die Adaption könnte ferner auch

durch Methoden erfolgen, die nicht ausschließlich auf der Deformation der Netzgeometrie beruhen. So könnte bei nicht-gleichgeschlechtlichen Eingangsmodellen durch das Integrieren oder das Entfernen von Tunnelbereichen (z. B. Bohrungen) im initialen Netzmodell die Gleichheit des Geschlechts grundlegend erzeugt und anschließend die Deformation auf die Primärmodellgeometrie berechnet werden.

Aus der Fragestellung nach der grundlegenden Adaptierbarkeit zweier Objekte durch Deformation kann weiteres Verbesserungspotential abgeleitet werden. Die Prozesse zur Bestimmung eines geeigneten initialen Netzmodells sind nicht Teil der entwickelten Prozesskette. In der Arbeit wurde vorausgesetzt, dass für ein gegebenes Primärmodell ein initiales Netzmodell mit ähnlicher Gestalt vorliegt. Mit globalen Gestaltmerkmalen wird die Form eines Objektes mit vergleichsweise wenigen Parametern abstrahiert beschrieben. Sie bieten damit eine gute Grundlage, die Gestalt verschiedener Netzmodelle durch Berechnungsmethoden effizient mit der Gestalt des Primärmodells zu vergleichen und geeignete initiale Netzmodelle aus einer größeren Menge von Kandidaten abzuleiten.

Daraus ergeben sich weitere Anforderungen an die Archivierung erzeugter Netzmodelle. Um Netzmodelle vorzuhalten, die als Kandidaten für initiale Netzmodelle einer *Netzdeformation* in Frage kommen, bieten sich Datenbanksysteme an. Die Archivierung von Netzmodellen sollte neben dem Modell selbst die Parameter beinhalten, die für den Vergleich der Gestalt des repräsentierten Objektes mit einem anderen Modell geeignet sind (z. B. globale Gestaltmerkmale). Die stets neue Berechnung der für Modellvergleiche erforderlichen Parameter wird damit vermieden.

Ferner ist zu erörtern, inwieweit die *Netzdeformation* als Erweiterung des Funktionsumfanges etablierter Computerprogramme zur Netzmodellableitung geeignet ist. Vor allem die zweite und die dritte Phase des erarbeiteten Verfahrensmodells (Erzeugung von Gestaltmerkmalen und Deformation des initialen Netzmodells) enthalten Funktionen, die nicht Bestandteil etablierter Computerprogramme zur Netzmodellableitung sind. Nichtsdestotrotz sind relevante Anwendungen mit ähnlichem Funktionsumfang vorhanden. Beispielsweise enthalten Programme zur Aufbereitung von 3D-Digitalisierungsdaten Methoden zur Erzeugung von Gestaltmerkmalen. Die in Simulationsprogrammen enthaltenen Solver sind zur Lösung des Optimierungsproblems zur Berechnung der Knotenpositionen des adaptierten Netzmodells geeignet. Zudem zeichnen sich entsprechende Anwendungen durch eine große Vielfalt unterstützter Geometriedatenformate aus, was die Anwendbarkeit für Primärmodelle verschiedener Geometrie-repräsentationsformen begünstigt.

Literaturverzeichnis

- [3DS17] 3D Systems Geomagic Design X:
<https://www.3dsystems.com/software/geomagic-design-x/features>,
Funktionsumfang, Stand: 10/2017
- [AFS06] M. Attene, B. Falcidieno, M. Spagnuolo: *Hierarchical mesh segmentation based on fitting primitives*, In: The Visual Computer: International Journal of Computer Graphics, Vol. 22, I. 3, S. 181-193, 2006. DOI 10.1007/s00371-006-0375-x
- [AHB87] K. Arun, T. Huang, S. Blostein: *Least-Squares Fitting of Two 3-D Point Sets*, In: IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 9, I. 5, S. 698-700, Washington, 1987. DOI 10.1109/TPAMI.1987.4767965
- [AJ05] T. Alumbaugh, X. Jiao: *Compact Array-Based Mesh Data Structures*, In: Proceedings of 14th International Meshing Roundtable, S. 485-504, San Diego, 2005. DOI 10.1007/3-540-29090-7_29
- [AKM06] M. Attene, S. Katz, M. Mortara et al.: *Mesh segmentation – A comparative study*, In: Proceedings of IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications, S. 7-19, Matsushima, 2006. DOI 10.1109/SMI.2006.24
- [ANS17] ANSA: <https://www.beta-cae.com/ansa.htm>, Produktseite, Stand: 10/2017
- [APP07] A. Agathos, I. Pratikakis, S. Perantonis et al.: *3D Mesh Segmentation Methodologies for CAD applications*, In: Computer-Aided Design & Applications, Vol. 4, No. 6, S. 827-841, 2007.
DOI 10.1080/16864360.2007.10738515
- [ARV07] B. Amberg, S. Romdhani, T. Vetter: *Optimal Step Nonrigid ICP Algorithms for Surface Registration*, In: IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Minneapolis, 2007. DOI 10.1109/CVPR.2007.383165

- [ASC11] M. Aubry, U. Schlickewei, D. Cremers: *TheWave Kernel Signature: A quantum mechanical approach to shape analysis*, In: IEEE International Conference on Computer Vision Workshops (ICCV Workshops), S. 1626-1633, 2011. DOI 10.1109/ICCVW.2011.6130444
- [ASK05] D. Anguelov, P. Srinivasan, D. Koller et al.: *SCAPE: Shape Completion and Animation of People*, In: Proceedings SIGGRAPH '05, S. 408-416, Los Angeles, 2005. DOI 10.1145/1186822.1073207
- [Aur91] F. Aurenhammer: *Voronoi diagrams - a survey of a fundamental geometric data structure*, In: ACM Computing Surveys, Vol. 23, I. 3, S. 345-405, 1991. DOI 10.1145/116873.116880
- [AZB17] K. Arhid, F. Zakani, M. Bouksim et al.: *An Efficient Hierarchical 3D Mesh Segmentation Using Negative Curvature and Dihedral Angle*, In: International Journal of Intelligent Engineering and Systems, Vol. 10, Nr. 5, S. 143-152, 2017. DOI 10.22266/ijies2017.1031.16
- [Bau72] B. Baumgart: *Winged edge polyhedron representation*, In: Technical Report STAN-CS-320, Computer Science Department, Stanford University, 1972
- [BB03] M. Bender, M. Brill: *Computergrafik - Ein anwendungsorientiertes Lehrbuch*, München, Wien, 2003. ISBN 3-446-22150-6
- [BBC03] D. Blandford, G. Blelloch, D. Cardoze et al.: *Compact Representations of Simplicial Meshes in Two and Three Dimensions*, In: Proceedings of the 12th International Meshing Roundtable, S. 135-146, Berlin, Heidelberg, 2003. DOI 10.1142/S0218195905001580
- [BCK08] M. de Berg, O. Cheong, M. van Kreveld et al.: *Computational Geometry - Algorithms and Applications*, Berlin, Heidelberg, 2008. ISBN 9783540779735
- [BDS00] D. Breen, M. Desbrun, P. Schröder et al.: *Semi-regular mesh extraction from volumes*, In: VIS 2000 Proceedings of the conference on Visualization, S. 275 - 282, 2000. DOI 10.1109/VISUAL.2000.885705
- [BE92] M. Bern, D. Eppstein: *Mesh Generation and Optimal Triangulation*, Palo Alto, 1992. DOI 10.1142/9789814355858_0002
- [Bey02] C. Beyer: *Nutzung der 3D-Digitalisierung bei der Entwicklung von Produkten*, Aachen: Shaker-Verlag, 2002. ISBN 9783832205935

- [BK03] M. Botsch, L. Kobbelt: *Multiresolution surface representation based on displacement volumes*, In: Proceedings Computer Graphics Forum Vol. 22, Nr. 3, S.483-491, 2003. DOI 10.1111/1467-8659.00696
- [BK05] M. Botsch, L. Kobbelt: *Real-time shape editing using radial basis functions*, In: Computer Graphics Forum, Vol 24, I. 3, S. 611-621, 2005. DOI 10.1111/j.1467-8659.2005.00886.x
- [BK10] M. Bronstein, I. Kokkinos: *Scale-invariant heat kernel signatures for non-rigid shape recognition*, In: Proceedings 23rd IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, San Francisco, 2010. DOI 10.1109/CVPR.2010.5539838
- [BKP10] M. Botsch, L. Kobbelt, M. Pauly et al.: *Polygon Mesh Processing*, A K Peters, 2010. ISBN 978-1-56881-426-1
- [Ble17] Blender 2.79: <https://docs.blender.org/manual/en/dev/index.html>, Digitales Benutzerhandbuch, Stand 10/2017
- [BM92] P. Besl, N. McKay: *A method for registration of 3-D shapes*, In: IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 14, I. 2, S. 239-256, 1992. DOI 10.1109/34.121791
- [BMR16] D. Boscaini, J. Masci, E. Rodola et al.: *Learning shape correspondence with anisotropic convolutional neural networks*, In: Proceedings Neural Information Processing Systems, Vol. 29, Barcelona, 2016
- [BPG06] M. Botsch, M. Pauly, M. Gross et al.: *PrIMo: Coupled Prisms for Intuitive Surface Modeling*, In: Proceedings 4. Eurographics symposium on Geometry processing, S. 11-20, 2006
- [BR04] B. Brown, S. Rusinkiewicz: *Non-rigid range-scan alignment using thin-plate splines*, In: Proceedings 2nd International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission, 2004. DOI 10.1109/TDPVT.2004.1335392
- [BS08] M. Botsch, O. Sorkine: *On Linear Variational Surface Deformation Methods*, In: IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, Vol. 14, I. 1, S. 213-230, 2008. DOI 10.1109/TVCG.2007.1054

- [BS97] M. Beall, M. Shephard: *A General Topology-Based Mesh Data Structure*, In: International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 40, S. 1573-1596, 1997. DOI 10.1002/(SICI)1097-0207(19970515)40:93.0.CO;2-9
- [BSB15] B. Bellekens, V. Spuyt, R. Berkvens et al.: *A Benchmark Survey of Rigid 3D Point Cloud Registration Algorithms*, In: International Journal on Advances in Intelligent Systems, Vol. 8, Nr. 1/2, S. 118-127, 2015
- [BSG11] R. Beniere, G. Subsol, G. Gesquiere et al.: *Recovering Primitives in 3D CAD meshes*, In: Proceedings Three-Dimensional Imaging, Interaction and Measurement, Vol. 7864, 2011. DOI 10.1117/12.872665
- [BSJ02] S.-H. Bae, H. Shin, W.-H. Jung et al.: *Parametric-surface adaptive tessellation based on degree reduction*, In: Computers & Graphics, Vol. 26, Nr. 5, S. 709 - 719, 2002. DOI 10.1016/S0097-8493(02)00126-7
- [BSP06] M. Botsch, R. Sumner, M. Pauly et al.: *Deformation Transfer for Detail-Preserving Surface Editing*, In: Vision, Modeling & Visualization, 2006
- [BSW08] M. Belkin, J. Sun, Y. Wang: *Discrete laplace operator on meshed surfaces*, In: Proceedings of the 24th annual symposium on Computational geometry, S. 278-287, New York: ACM, 2008. DOI 10.1145/1377676.1377725
- [CCC08] P. Cignoni, M. Callieri, M. Corsini et al.: *Meshlab: an open-source mesh processing tool*, In: Proceedings Eurographics Italian Chapter Conference, S. 129-136, 2008. ISBN: 978-3-905673-68-5
- [CDS13] S.-W. Cheng, T. Dey, J. Shewchuck: *Delaunay Mesh Generation*, Boca Raton: Chapman & Hall, 2013. ISBN 9781584887300
- [CK15] Q. Chen, V. Koltun: *Robust Nonrigid Registration by Convex Optimization*, In: Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), S. 2039-2047, Washington, 2015. DOI 10.1109/ICCV.2015.236
- [CKS99] S. Campagna, L. Kobbelt, H.-P. Seidel: *Directed Edges - A Scalable Representation for Triangle Meshes*, In: Journal of Graphics Tools Vol. 3, S. 1-11, 1998. DOI 10.1080/10867651.1998.10487494
- [CME14] M. Chahhou, L. Moumoun, M. El Far et al.: *Segmentation of 3D Meshes Using p-Spectral Clustering*, In: IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2014. DOI 10.1109/TPAMI.2013.2297314

- [CN11] R. Christoph, H. Neumann: *Röntgentomografie in der industriellen Messtechnik*, München: Süddeutscher Verlag onpact GmbH, 2011. ISBN 9783862360093
- [Coh09] D. Cohen-Or: *Space Deformations, Surface Deformations and the Opportunities in-between*, In: Journal of Computer Science and Technology, Vol. 24, 2009
- [Coo93] I. . Coope: *Circle fitting by linear and nonlinear least squares*, In: Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 73, I. 2, S. 381-388, 1993
- [Die10] R. Diestel: *Graphentheorie*, Berlin, Heidelberg, 2010. ISBN 9783642149115
- [DJG10] G. Dupuy, B. Jobard, S. Guillon et al.: *Parallel extraction and simplification of large isosurfaces using an extended tandem algorithm*, In: Computer-Aided Design Vol. 42, Nr. 2, S. 129-138, Madison, 2010. DOI 10.1016/j.cad.2009.04.016
- [DLS08] T. Dey, K. Li, J. Sun et al.: *Computing Geometry-aware Handle and Tunnel Loops in 3D Models*, In: Proceedings ACM SIGGRAPH, Volume 27 Issue 3, Article 45, 2008. DOI 10.1145/1360612.1360644
- [DRE13] V. Dyedov, N. Ray, D. Einstein et al.: *AHF: Array-Based Half-Facet Data Structure for Mixed-Dimensional and Non-manifold Meshes*, In: Proceedings of the 22nd International Meshing Roundtable, S. 445-463, Orlando, 2013. DOI 10.1007/978-3-319-02335-9_25
- [EP09] M. Eigensatz, M. Pauly: *Positional, Metric, and Curvature Control for Constraint-Based Surface Deformation*, In: Journal Computer Graphics Forum, Vol. 28, I. 2, S. 551-558, 2009. DOI 10.1111/j.1467-8659.2009.01395.x
- [ERZ14] M. Eigner, D. Roubanov, R. Zafirov: *Modellbasierte virtuelle Produktentwicklung*, Berlin, Heidelberg: Springer, 2014. ISBN 978-3-662-43815-2
- [FH03] L. Floriani, A. Hui: *A scalable data structure for three-dimensional non-manifold objects*, In: Eurographics Symposium on Geometry Processing, S. 72-82, Aire-la-Ville, 2003. DOI 10.2312/SGP/SGP03/072-082
- [FKP05] L. Floriani, L. Kobbelt, E. Puppo: *A Survey on Data Structures for Level-of-Detail Models*, In: Advances in Multiresolution for Geometric Modelling, S. 49-74, Berlin, Heidelberg, 2005. DOI 10.1007/3-540-26808-1_3

- [GC06] R. Gal, D. Cohen-Or: *Salient geometric features for partial shape matching and similarity*, In: ACM Transactions on Graphics, Vol. 25, I. 1, S. 130-150, 2006. DOI 10.1145/1122501.1122507
- [GEW18] GEWES: www.gewes.de/de/produkte/gelenkwellen, Produktseite, Stand 02/18
- [GGG05] T. Gatzke, C. Grimm, M. Garland et al.: *Curvature Maps For Local Shape Comparison*, In: Proceedings of the International Conference on Shape Modeling and Applications, S. 246-255, 2005. DOI 10.1109/SMI.2005.13
- [GKB13] R. Garimella, J. Kim, M. Berndt: *Polyhedral Mesh Generation and Optimization for Non-manifold Domains*, In: J. Sarrate & M. Staten, Proceedings of the 22nd International Meshing Roundtable, S. 313-330, Orlando, 2013. DOI 10.1007/978-3-319-02335-9_18
- [GMG05] N. Gelfand, N. Mitra, L. Guibas et al.: *Robust global registration*, In: Proceedings 3rd Eurographics symposium on Geometry processing, 2005
- [GPB17] S. Gauthire, W. Puech, R. Beniere et al.: *Digitized 3D mesh segmentation based on curvature analysis*, In: Electronic Imaging, 3D Image Processing, Measurement (3DIPM), and Applications, S. 33-38, 2017. DOI 10.2352/ISSN.2470-1173.2017.20.3DIPM-005
- [Gr89] J.-F. Grätz: *Handbuch der 3D-CAD-Technik: Modellierung mit 3D-Volumensystemen*, Berlin, München, 1989. ISBN 3800915294
- [GVS00] I. Guskov, K. Vidimce, W. Sweldens et al.: *Normal Meshes*, In: Proceedings 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, S. 95-102, 2000. DOI 10.1145/344779.344831
- [GXY15] K. Guo, F. Xu, W. Yangang et al.: *Robust Non-rigid Motion Tracking and Surface Reconstruction Using L0 Regularization*, In: IEEE International Conference on Computer Vision, S. 3083-3091, 2015. DOI 10.1109/ICCV.2015.353
- [HBM86] T. Huang, S. Blostein, E. Margerum: *Least-squares estimation of motion parameters from 3-D point correspondences*, In: Proceedings IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition, Miami, 1986

- [Hor87] B. Horn: *Closed-form Solution of Absolute Orientation Using Unit Quaternions*, In: Journal of the Optical Society of America A, Vol 4, Nr. 4, S. 629-642, 1987. DOI 10.1364/JOSAA.4.000629
- [HT08] C.-M. Huang, Y.-H. Tseng: *Plane fitting methods of LIDAR point cloud*, 2008
- [HVV15] A. Hadi, F. Vignat, F. Villeneuve: *Design Configurations and Creation of Lattice Structures for Metallic Additive Manufacturing*, La Plagne, 2015. DOI <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01236568>
- [Hyp17] Altair Hyperworks: www.altairhyperworks.de/product/HyperMesh, Produktseite, Stand: 10/2017
- [HYZ14] Z. Huang, J. Yao, Z. Zhong et al.: *Sparse Localized Decomposition of Deformation Gradients*, In: Computer Graphics Forum, Vol 33, I. 7, S. 239-248, 2014. DOI 10.1111/cgf.12492
- [IGL03] L. Ikemoto, N. Gelfand, M. Levoy: *A hierarchical method for aligning*, In: Proceedings Fourth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, S. 434-441, 2003. DOI 10.1109/IM.2003.1240279
- [Jac13] A. Jacobson: *Algorithms and Interfaces for Real-Time Deformation of 2D and 3D Shapes*, Dissertationsschrift ETH Zürich, 2013. DOI 10.3929/ethz-a-009790664
- [JC05] X. Jiang, D. Cheng: *A Novel Parameter Decomposition Approach to Faithful Fitting of Quadric Surfaces*, In: Pattern Recognition, Proceedings 27th DAGM Symposium, S. 168-175, 2005. DOI 10.1007/11550518_21
- [JGZ14] H. Jia, G.-H. Geng, J.-G. Zhang: *Consistent mesh segmentation based on shape diameter function and EM*, In: Advanced Materials Research, Vol. 1049-1050, 2014. DOI 10.4028/www.scientific.net/AMR.1049-1050.1417
- [JH02] T. Jost, H. Hügli: *Fast ICP Algorithms for Shape Registration*, In: Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2449, 2002. DOI 10.1007/3-540-45783-6_12
- [JK17] X. Jin, J. Kim: *A 3D Skeletonization Algorithm for 3D Mesh Models Using a Partial Parallel 3D Thinning Algorithm and 3D Skeleton Correcting Algorithm*, In: Applied Science, Vol 7, I. 2, 2017. DOI 10.3390/app7020139

- [JM07] A. Jagannathan, E. Miller: *Three-Dimensional Surface Mesh Segmentation Using Curvedness-Based Region Growing Approach*, In: Proceedings IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 29, Nr. 12, S. 2195-2204, 2007. DOI 10.1109/TPAMI.2007.1125
- [Jon95] M. Jones: *3D Distance from a Point to a Triangle*, Technischer Report, Department of Computer Science, University of Wales Swansea, 1995
- [KBB15] A. Kovnatsky, M. Bronstein, X. Bresson: *Functional correspondence by matrix completion*, 2015. DOI 10.1109/CVPR.2015.7298692
- [Ket99] L. Kettner: *Using generic programming for designing a data structure for polyhedral surfaces*, In: Computational Geometry 13 - Theory and Applications, S. 65-90, Zürich, 1999. DOI 10.1016/S0925-7721(99)00007-3
- [KHK10] A. Kanezaki, T. Harada, Y. Kuniyoshi: *Partial matching of real textured 3D objects using color cubic higher-order local auto-correlation features*, In: The Visual Computer, Vol 26, I. 10, 2010. DOI 10.1007/s00371-010-0521-3
- [KKK14] S. Katona, P. Kestel, M. Koch et al.: *Vom Ideal- zum Realmodell: Bauteile mit Fertigungsabweichungen durch automatische FE-Netzadaption simulieren*, In: Entwerfen Entwickeln Erleben - Beiträge zu virtuellen Produktentwicklung und Konstruktionstechnik, S. 275-286, Dresden: TUDpress, 2014. ISBN 978-3-944331-66-9
- [Kle15] B. Klein: *FEM - Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau*, 10. Auflage, Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2015. ISBN 978-3-658-06053-4
- [KLK17] P. Koch, J. Lindemann, R. Kordaß et al.: *CAD-integrierte Modellierung von Gitterstrukturen für Additive Fertigung*, In: Tagungsband 15. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik, S. 235-244, 2017. DOI 10.17185/dupublico/44616
- [Kr92] D. Krömker: *Visualisierungssysteme*, Berlin, 1992. ISBN 3-540-55052-6
- [KS06] V. Kraevoy, A. Sheffer: *Mean-Value Geometry Encoding*, In: International Journal of Shape Modeling, Vol. 12, I. 1, 2006. DOI 10.1142/S0218654306000822

- [KS95] R. Klein, W. Straber: *Large mesh generation from boundary models with parametric face representation*, In: Proceeding SMA '95 Proceedings of the third ACM symposium on Solid modeling and applications S. 431 - 440, 1995. DOI 10.1145/218013.218097
- [LC87] W. Lorensen, H. Cline: *Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm*, In: SIGGRAPH '87 Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques S. 163-169, New York, 1987. DOI 10.1145/37402.37422
- [LG14] Z. Levi, C. Gotsman: *Smooth Rotation Enhanced As-Rigid-As-Possible Mesh Animation*, In: IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, Vol. 21, I. 2, S. 264-277, 2014. DOI 10.1109/TVCG.2014.2359463
- [Li10] H. Li: *Animation reconstruction of deformable surfaces*, Dissertationsschrift, ETH Zürich, 2010. DOI 10.3929/ethz-a-006342883
- [LL12] J.B. Li, M. Li: *Rapid three-dimensional surface mesh segmentation based on region dilation*, In: Optical Engineering, Vol. 51, Nr. 5, 2012. DOI 10.1117/1.OE.51.5.050502
- [LLC08] Y. Lipman, D. Levin, D. Cohen-Or: *Green coordinates*, In: Proceedings SIGGRAPH 35th International Conference and Exhibition on Computer Graphics and Interactive Techniques, Los Angeles, 2008
- [Low99] D. Lowe: *Object Recognition from Local Scale-Invariant Features*, In: Proceedings of the International Conference on Computer Vision, 1999
- [Luh10] T. Luhmann: *Nahbereichsphotogrammetrie: Grundlagen, Methoden und Anwendungen, 3. Auflage*, Berlin: Wichmann Verlag, 2010. ISBN 9783879074792
- [LWT12] Y. Li, W. Wang, C. Tu: *Optimal sampling of parametric surfaces*, In: Computer-Aided Design and Applications, Vol. 9 Nr. 1 S. 55 - 60, 2012. DOI 10.3722/cadaps.2012.55-60
- [LZ07] R. Liu, H. Zhang: *Mesh Segmentation via Spectral Embedding and Contour Analysis*, In: Computer Graphics Forum, vol. 26, I. 3, 385-394, 2007. DOI 10.1111/j.1467-8659.2007.01061.x

- [LZZ17] X. Lin, C. Zhu, Q. Zhang et al.: *Learning based 3D keypoint detection with local and global attributes in multi-scale space*, In: MMSP 2017, Proceedings IEEE 19th International Workshop on Multimedia Signal Processing, 2017. DOI 10.1109/MMSP.2017.8122265
- [Mag17] Materialise Magics: <http://www.materialise.com/de/software/magics>, Produktseite, Stand: 10/2017
- [MAM14] N. Mellado, D. Aiger, N. Mitra: *Super 4PCS: Fast Global Pointcloud Registration via Smart Indexing*, In: Computer Graphics Forum, Vol. 33, I. 5, S. 205-215, 2014. DOI 10.1111/cgf.12446
- [MDS03] M. Meyer, M. Desbrun, P. Schröder et al.: *Discrete Differential-Geometry Operators for Triangulated 2-Manifolds*, In: Visualization and Mathematics III, S. 35-57, Berlin: Springer, 2003. DOI 10.1007/978-3-662-05105-4_2
- [MFO07] N. Mitra, S. Flöry, M. Ovsjanikov et al.: *Dynamic geometry registration*, In: Proceedings of the fifth Eurographics symposium on Geometry processing, S. 173-182, Barcelona, 2007. ISBN 978-3-905673-46-3
- [MHD11] P. Muigg, M. Hadwiger, H. Doleisch et al.: *Interactive Volume Visualization of General Polyhedral Grids*, In: IEEE Transactions on Visualization & Computer Graphics 17, S. 2115-2124, 2011. DOI 10.1109/TVCG.2011.216
- [NIS07] A. Nealen, T. Igarashi, O. Sorkine et al.: *FiberMesh: designing freeform surfaces with 3D curves*, In: ACM Transactions on Graphics - Proceedings of ACM SIGGRAPH 2007, Vol. 26, Nr. 3, New York, 2007. DOI 10.1145/1276377.1276429
- [NS12] J. Nieto, A. Susin: *Cage Based Deformations: A Survey*, In: Deformation Models. Lecture Notes in Computational Vision and Biomechanics, Vol. 7, Dordrecht: Springer, 2012. DOI 10.1007/978-94-007-5446-1_3
- [OOF08] R. Ohbuchi, K. Osada, T. Furuya et al.: *Salient Local Visual Features for Shape-Based 3D Model Retrieval*, In: Proceedings International Conference on Shape Modeling and Applications, 2008. DOI 10.1109/SMI.2008.4547955
- [PF05] M. Peric, S. Ferguson: *The advantage of polyhedral meshes*, In: Dynamics 24, S. 4-5, CD-adapco, Melville, 2005

- [PPR10] D. Panozzo, E. Puppo, L. Rocca: *Efficient multi-scale curvature and crease estimation*, In: Proceeding 2nd International Workshop on Computer Graphics, Computer Vision and Mathematics, Brno, 2010
- [Pre17] PreForm 2.12.3: <https://support.formlabs.com/hc/de>, Online Hilfe, Stand: 10/17
- [Rah09] M. Rahlves: *Optisches Messen technischer Oberflächen: Messprinzipien und Begriffe*, Berlin, Wien, Zürich: Beuth, 2009. ISBN 9783410171331
- [RAM16] M. Rashed, M. Ashraf, R. Mines et al.: *Metallic microlattice materials: A current state of the art on manufacturing, mechanical properties and applications*, 2016. DOI 10.1016/j.matdes.2016.01.146
- [RBW14] E. Rodola, S. Bulo, T. Windheuser et al.: *Dense Non-rigid Shape Correspondence Using Random Forests*, In: Proceedings IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, S. 4177-4184, 2014. DOI 10.1109/CVPR.2014.532
- [RL01] S. Rusinkiewicz, M. Levoy: *Efficient Variants of the ICP Algorithm*, In: Proceedings Third International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, 2001. DOI 10.1109/IM.2001.924423
- [Rus07] R. Rustamov: *Laplace-Beltrami Eigenfunctions for Deformation Invariant Shape Representation*, In: Proceedings of the fifth Eurographics symposium on Geometry processing, S. 225-233, 2007
- [RWP06] M. Reuter, F.-E. Wolter, N. Peinecke: *Laplace-Beltrami spectra as 'Shape-DNA' of surfaces and solids*, In: Computer-Aided Design, Vol. 38, I. 4, S. 342-366, 2006. DOI 10.1016/j.cad.2005.10.011
- [SA07] O. Sorkine, M. Alexa: *As-rigid-as-possible surface modeling*, In: Proceedings 5. Eurographics symposium on Geometry processing, Barcelona, 2007
- [Sad14] T. Sadowski: *Automatisierte Modellerstellung für die Mehrkörpersystem-simulation*, Technische Universität Berlin - Fak. Verkehrs- und Maschinensysteme, Dissertationsschrift, Berlin, 2014
- [Sch10] U. Schmidt: *Strategien zur 3D-Erfassung und Aufbereitung von Werkzeugen, realen Blechteilen und virtuellen Werkstücken für die Simulation bei der Blechumformung*, Studienarbeit Großer Beleg, Fak. Maschinenwesen, TU Dresden, 2010

- [Sch28] E. Schönhardt: *Über die Zerlegung von Dreieckspolyedern in Tetraeder*, In: Mathematische Annalen, Vol. 98, I. 1, S. 309-312, 1928.
DOI 10.1007/BF01451597
- [Sem17] P. Sembdner: *Rechnergestützte Planung und Rekonstruktion für individuelle Langzeit-Knochenimplantate am Beispiel des Unterkiefers*, TU Dresden, Fak. Maschinenwesen, Dissertationsschrift, 2017
- [SGA16] D. Sieger, S. Gaulik, J. Achenbach et al.: *Constrained space deformation techniques for design optimization*, In: Journal Computer-Aided Design, Vol. 72, I. C, S. 40-51, 2016. DOI 10.1016/j.cad.2015.07.004
- [Sha08] A. Shamir: *A Survey on Mesh Segmentation Techniques*, In: Computer Graphics Forum, Vol. 27, I. 6, S. 1539-1556, 2008.
DOI 10.1111/j.1467-8659.2007.01103.x
- [She02] J. Shewchuk: *What is a Good Linear Element? Interpolation, Conditioning, and Quality Measures*, In: 11th International Meshing Roundtable, New York, 2002
- [SJG17] I. Sboui, M. Jribi, F. Ghorbel: *Accurate 3D Shape Correspondence by a Local Description Darcy Principal Curvature Fields*, In: Representations, Analysis and Recognition of Shape and Motion from Imaging Data: 6th International Workshop, S. 15-26, 2017. DOI 10.1007/978-3-319-60654-5_2
- [SK04] A. Sheffer, V. Kraevoy: *Pyramid coordinates for morphing and deformation*, In: Proceedings 2nd International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission, Thessaloniki, 2004.
DOI 10.1109/TDPVT.2004.1335149
- [SMA14] A. Souza, M. Macedo, A. Apolinario: *Multi-frame adaptive non-rigid registration for markerless augmented reality*, In: Proceedings 13th ACM SIGGRAPH International Conference on Virtual-Reality Continuum and its Applications in Industry, S. 7-16, 2014. DOI 10.1145/2670473.2670486
- [SOG09] J. Sun, M. Ovsjanikov, L. Guibas: *A Concise and Provably Informative Multi-scale Signature based on Heat Diffusion*, In: Proceedings Symposium on Geometry Processing, S. 1383-1392, 2009
- [SP86] T. Sederberg, S. Parry: *Free-form deformation of solid geometric models*, In: Proceedings of the 13th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, S. 151-160, 1986. DOI 10.1145/15922.15903

- [SS12] C. Schöne, R. Stelzer: *Reverse Engineering in der Produktentwicklung - Aktuelle Herausforderungen*, In: Tagungsband: EEE2012 - Entwerfen Entwickeln Erleben: Methoden und Werkzeuge in der Produktentwicklung, S. 351-363, Dresden: TUDpress, 2012
- [SSC06] A. Shamir, L. Shapira, D. Cohen-Or: *Mesh analysis using geodesic mean-shift*, In: The Visual Computer: International Journal of Computer Graphics, Vol. 22, I. 2, S. 99-108, 2006. DOI 10.1007/s00371-006-0370-2
- [SSC08] L. Shapira, A. Shamir, D. Cohen-Or: *Consistent Mesh Partitioning and Skeletonisation using the Shape Diameter Function*, In: The Visual Computer: International Journal of Computer Graphics, Vol. 24, I. 4, S. 249-259, 2008. DOI 10.1007/s00371-007-0197-5
- [SSP07] R. Sumner, J. Schmid, M. Pauly: *Embedded deformation for shape manipulation*, In: Proceedings of ACM SIGGRAPH, Vol. 26, I. 3, Nr. 80, San Diego, 2007. DOI 10.1145/1275808.1276478
- [SSS08] S. Shalom, L. Shapira, A. Shamir et al.: *Part analogies in sets of objects*, In: Proceedings 1st Eurographics conference on 3D Object Retrieval, S. 33-40, 2008. DOI 10.2312/3DOR/3DOR08/033-040
- [SWK07] R. Schnabel, R. Wahl, R. Klein: *Efficient RANSAC for point-cloud shape detection*, In: Computer Graphics Forum, Vol. 26, S. 214-226, 2007. DOI 10.1111/j.1467-8659.2007.01016.x
- [SWS18] SolidWorks Simulation:
www.solidworks.de/sw/products/simulation/simulation.htm, Dassault Systems, Produktbeschreibung, Stand: 03/2018
- [SZG10] J. Süßmuth, M. Zollhöfer, G. Greiner: *Animation transplantation*, In: Computer Animation and Virtual Worlds, Vol. 21, S. 173-182, 2010. DOI 10.1002/cav.364
- [SZZ16] J. Sun, J. Zhang, G. Zhang: *An automatic 3D point cloud registration method based on regional curvature maps*, In: Image and Vision Computing 56, S. 49-58, 2016. DOI 10.1016/j.imavis.2016.09.002
- [Tau95] G. Taubin: *A Signal Processing Approach to Fair Surface Design*, In: Proc. of ACM SIGGRAPH, S. 351-358, New York: ACM, 1995. DOI 10.1145/218380.218473

- [TG12] S. Tang, A. Godil: *An evaluation of local shape descriptors for 3D shape retrieval*, In: Proceedings Three-Dimensional Image Processing (3DIP) and Applications II, Vol. 8290, 2012. DOI 10.1117/12.912153
- [TLP14] H. Tabia, H. Laga, D. Picard et al.: *Covariance Descriptors for 3D Shape Matching and Retrieval*, 2014. DOI 10.1109/CVPR.2014.533
- [TM14] L. Teran, P. Mordohai: *3D Interest Point Detection via Discriminative Learning*, In: ECCV 2014, Proceedings European Conference on Computer Vision, S. 159-173, 2014
- [TPB87] D. Terzopoulos, J. Platt, A. Barr et al.: *Elastically Deformable Models*, In: Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, Vol. 21, I. 4, S. 205-214, 1987.
- [TPT15] P. Theologou, I. Pratikakis, T. Theoharis: *A comprehensive overview of methodologies and performance evaluation frameworks in 3D mesh segmentation*, In: Computer Vision and Image Understanding, Vol. 135, S. 49-82, 2015. DOI 10.1016/j.cviu.2014.12.008
- [TVD06] J. Tierny, J.-P. Vandeborre, M. Daoudi: *3D Mesh Skeleton Extraction Using Topological and Geometrical Analysis*, In: 14th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications, Tapei, 2006.
DOI <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00725576>
- [ULS15] H. Ugail, L. Liu, Y. Sheng et al.: *Graph Cut Based Mesh Segmentation Using Feature Points and Geodesic Distance*, In: International Conference on Cyberworlds, Visby, 2015. DOI 10.1109/CW.2015.31
- [VDI15] VDI 5620 Blatt 1: *Reverse Engineering von Geometriedaten*, VDI-Richtlinie (Entwurf), Stand: 08/2015
- [VWB09] S. Vajna, C. Weber, H. Bley et al.: *CAX für Ingenieure - Eine praxisbezogene Einführung*, Berlin, Heidelberg, 2009. ISBN 978-3-540-36038-4
- [Wec12] A. Weckenmann: *Koordinatenmesstechnik: flexible Strategien für funktions- und fertigungsgerechtes Prüfen*, München: Hanser, 2012.
ISBN 9783446407398
- [WHG15] M. Wetzke, C. Happle, F. Giesel et al.: *BASICS Bildgebende Verfahren*, München: Elsevier, Urban & Fischer, 2015. ISBN 9783437422898

- [Wil02] W. Wilke: *Segmentierung und Approximation großer Punktwolken*, Dissertation Fachbereich Mathematik, TU Darmstadt, 2002
- [WLD10] K. Wang, G. Lavoué, F. Denis et al.: *A Benchmark for 3D Mesh Watermarking*, In: Proceedings of the 2010 Shape Modeling International Conference, S. 231-235, Aix-en-Provence, 2010. DOI 10.1109/SMI.2010.33
- [WLZ10] X. Wang, Y. Liu, H. Zha: *Intrinsic Spin Images: A subspace decomposition approach to understanding 3D deformable shapes*, In: Proceedings International Symposium on 3D Data Processing, S. 17-20, 2010
- [XDZ17] J. Xie, G. Dai, F. Zhu et al.: *DeepShape: Deep-Learned Shape Descriptor for 3D Shape Retrieval*, 2017. DOI 10.1109/TPAMI.2016.2596722
- [XLH11] Y. Xiong, G. Li, G. Han: *Mean Laplace–Beltrami Operator for Quadrilateral Meshes*, In: Transactions on Edutainment V, LNCS 6530, S. 189–201, Berlin, Heidelberg: Springer, 2011. DOI 10.1007/978-3-642-18452-9
- [XLZ10] K. Xu, H. Li, H. Zhang et al.: *Style-Content Separation by Anisotropic Part Scales*, In: Proceedings of ACM SIGGRAPH Asia, Vol. 29, I. 6, Artikel-Nr. 184, 2010. DOI 10.1145/1866158.1866206
- [YLD14] B. Yi, Z. Liu, G. Duan et al.: *Finite Element Method and Sharp Features Enhanced Laplacian for Interactive Shape Design of Mechanical Parts*, In: ASME Journal of Computing and Information Science in Engineering, Vol. 14, 2014. DOI 10.1115/1.4026469
- [YZX04] Y. Yu, K. Zhou, D. Xu et al.: *Mesh editing with poisson-based gradient field manipulation*, In: Proceedings of ACM SIGGRAPH, Vol. 23, I. 3, S. 644-651, 2004. DOI 10.1145/1186562.1015774
- [ZJC13] M. Zou, T. Ju, N. Carr: *An algorithm for triangulating multiple 3D polygons*, In: Proceedings of the Eleventh Eurographics Symposium on Geometry Processing, Vol. 32, Nr. 5, S. 157-166, 2013. DOI 10.1111/cgf.12182
- [ZSN05] T. Zinßer, J. Schmidt, H. Niemann: *Point Set Registration with Integrated Scale Estimation*, In: PRIP 2005 Proceedings International Conference on Pattern Recognition and Image Processing, S. 116-119, 2005

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1:	Anwendungsgebiete von 3D-Netzmodellen in der Produktentwicklung.....	1
Abb. 1.2:	Netzmodellableitung: Erzeugung eines 3D-Netzmodells durch Transformation von Daten eines Primärmodells und eines Anwendungskontextes..	2
Abb. 1.3:	Ressourcenbedarf bei der Netzmodellableitung für Beispiele aus Anwendungsgebieten in der digitalen Produktentwicklung.....	2
Abb. 2.1:	Modelltransformation bei der <i>Netzgenerierung</i>	10
Abb. 2.2:	Modelltransformation bei der <i>Netzadaption</i>	13
Abb. 2.3:	Modelltransformation bei der <i>Netzdeformation</i>	14
Abb. 3.1:	Repräsentationsformen dreidimensionaler Geometriemodelle	20
Abb. 3.2:	Polygonnetz und zugehöriger Graph (ausgewählte Flächenstücke grün).....	21
Abb. 3.3:	Strukturiertes Volumennetz (Hexaederzellen) und zugehöriger Graph.....	22
Abb. 3.4:	Beispielobjekt in verschiedenen Geometrierepräsentationen.....	23
Abb. 3.5:	Verfahrensmodell der <i>Netzdeformation</i>	25
Abb. 3.6:	Beispiel der Kategorisierung dreidimensionaler Geometriemodelle anhand mehrdimensionaler, gestaltbezogener Kennwerte (aus [RWP06])	29
Abb. 3.7:	Parametrisierung einer Fläche.....	30
Abb. 3.8:	Beispiele verschiedener Segmentierungen von Objekten (Pferd [Sha08], Hebel [AKM06]).....	32
Abb. 3.9:	Verfahrensablauf ICP	37
Abb. 3.10:	Beispiele für Artefakte bei Deformationsberechnungen (grau: Fixierung, gelb: Verschiebung/Verdrehung) (aus [BS08]).	40
Abb. 3.11:	Erweiterung der Polygonfläche um Schicht aus Volumenelementen.....	41
Abb. 3.12:	Algorithmisch bestimmte Punktkorrespondenzen (orange) zwischen Oberflächen von Quell- und Zielmodell (A bzw. B). Korrespondenzkriterien sind die Koordinaten χ der Netzpunkte (links), lokale geometrische oder semantische Eigenschaften (Featurevektoren \cdot , Mitte) oder zusätzlich globale Eigenschaften der Objektstruktur (rechts).	43
Abb. 3.13:	1-Ring-Nachbarschaft eines Polygonnetzes	48
Abb. 3.14:	Beispiele nicht mannigfaltiger Netzstrukturen	49

Abb. 3.15: Definition der Datenstruktur dreidimensionaler Netze.....	54
Abb. 3.16: Definition der Datenstrukturen von Gestaltmerkmalen.....	54
Abb. 3.17: Definition der Datenstruktur für Verknüpfungen von Primär- und initialem Netzmodell	55
Abb. 4.1: Geschlecht G von Objekten	57
Abb. 4.2: Beispiele zur Berechnung des Geschlechts von Objekten.....	58
Abb. 4.3: Geschlossenes (links) und offenes (rechts) Polygonnetz	58
Abb. 4.4: Homöomorphie gleichgeschlechtlicher 3D-Objekte (Beispiel).....	59
Abb. 4.5: Geschlecht verschiedener 3D-Lagerbock-Modelle	59
Abb. 4.6: Pfade entlang von Henkeln (grün) und Tunneln (rot) in Dreiecksnetzen (aus [DLS08]).....	60
Abb. 4.7: Geschlechtsbestimmende Modellbereiche und Definition korrespondenzfreier Tunnel.....	61
Abb. 4.8: Laplace-Beltrami-Operator im kontinuierlichen und diskreten Fall	62
Abb. 4.9: Geometrische Verhältnisse zur Berechnung des Kotangens- und des <i>Mean-Value-Coordinates</i> -LBO.....	63
Abb. 4.10: Falschfarbendarstellung der normierten mittleren Krümmung von Dreiecksnetzen (Beispiel Backenzahn, Lagerbock).....	64
Abb. 4.11: Krümmungsbasierter lokaler Gestaltoperator für Umgebungen von Netzpunkten [SJG17]	65
Abb. 4.12: Fortschritt bei der krümmungsorientierten Objektsegmentierung.....	66
Abb. 4.13: Beispiele für Segmentierungen mit krümmungsbasiertem <i>region-growing</i>	67
Abb. 4.14: Segmentierung anhand des Gestaltdurchmessers von Punkten	68
Abb. 4.15: Glättung von Segmenträndern	69
Abb. 4.16: Prinzip der Glättung von Segmenträndern.....	69
Abb. 4.17: Prinzip der Ausgleichungsrechnung zur Regelgeometriebestimmung in Netzdaten.....	70
Abb. 4.18: Höhere Genauigkeit der Zielposition von Punktkorrespondenzen bei grober Vernetzung (links) und Messrauschen (rechts) des Dreiecksnetzes des Primärmodells.....	71
Abb. 4.19: In Dreiecksnetz identifizierte Regelgeometrien (farbige Segmente).....	72
Abb. 5.1: Beispiel einer rigiden Vorausrichtung von Primär- und von initialem Netzmodell	74
Abb. 5.2: Verknüpfung von Punkten beider Eingangsmodelle mit ähnlichen Eigenschaften	76
Abb. 5.3: Auf der Primärmodelloberfläche gleichmäßig verteilte Punktkorrespondenzen	76
Abb. 5.4: Raumpartitionierung mit <i>kd-tree</i> (hier: zweidimensional (<i>2d-tree</i>)).....	77

Abb. 5.5:	Optimierung der mit Strukturen der Raumpartitionierung bestimmten Zielpositionen	77
Abb. 5.6:	Bestimmung des nächstgelegenen Punktes eines Dreiecks zu einem gegebenen 3D-Punkt.....	78
Abb. 5.7:	Ungeeignete Punktkorrespondenzen bei Ermittlung mit räumlichen Distanzkriterium	78
Abb. 5.8:	Beispiel zur Bestimmung von Punktkorrespondenzen nach räumlichen Distanzkriterium	79
Abb. 5.9:	Beispiel für Featurevektoren von Regelgeometrien.....	80
Abb. 5.10:	Raumpartitionierung mit Bereichssuche (hier: <i>2d-tree</i>)	81
Abb. 5.11:	Korrespondenzen von Regelgeometrien zwischen Primär- und initialem Netzmodell	82
Abb. 5.12:	Manuelle Erzeugung von Punktkorrespondenzen anhand von Krümmungsbildern.....	83
Abb. 5.13:	Bestimmung von Punktkorrespondenzen aus korrespondierenden Segmenten	84
Abb. 5.14:	Berechnung von Punktkorrespondenzen an Rändern korrespondierender Segmente	84
Abb. 5.15:	Beispiel berechneter Punktkorrespondenzen aus korrespondierenden Segmenten	85
Abb. 5.16:	Berechnungsprinzip gleichmäßig verteilter, initialer Punktkorrespondenzen (Stufe 2).....	86
Abb. 5.17:	Iteration zur Optimierung gleichmäßig verteilter Punktkorrespondenzen (Stufe 2).....	87
Abb. 5.18:	Beispiel zur Bestimmung gleichmäßig auf der Primärmodelloberfläche verteilter Punktkorrespondenzen	88
Abb. 5.19:	Laplace-Beltrami-Operator (LBO) als differentielle Koordinate Δx in Netzmodellen.....	89
Abb. 5.20:	Alternierende Strategie zur Lösung des Optimierungsproblems	91
Abb. 5.21:	Beispiel zur Deformation eines initialen 3D-Netzmodells (2 Varianten).....	92
Abb. 5.22:	Registrierungsfehler im ARAP-Deformationsmodell.....	93
Abb. 5.23:	Beispiel der Reduzierung des Registrierungsfehlers bei der <i>Netzdeformation</i>	94
Abb. 5.24:	Gewichtung von Randbedingungen im ARAP-Deformationsmodell	95
Abb. 5.25:	Gesamtheit möglicher Triangulierungen der vier Nachbarvierecke eines Netzknotens	97
Abb. 5.26:	<i>Netzdeformation</i> eines initialen Netzmodells mit Viereckselementen.....	98

Abb. 5.27: Geometrische Verhältnisse zur Berechnung des LBO für Tetraederelemente	98
Abb. 5.28: Erweiterung des ARAP-Deformationsmodells um Regelgeometrie-zwangsbedingungen	99
Abb. 5.29: Berücksichtigung von Regelgeometrie im erweiterten ARAP-Deformationsmodell	100
Abb. 5.30: Beispiel zur Validierung der Abstände zwischen Primär- und adaptierten Netzmodell	101
Abb. 5.31: Ermittlung der Abstände zwischen Netzbereichen des initialen und des adaptierten Netzmodells.....	102
Abb. 5.32: Adaptiertes Netzmodell mit Falschfarbendarstellung zur Formabweichung gegenüber der Geometrie des initialen Netzmodells	102
Abb. 5.33: Falschfarbendarstellung des adaptierten Netzmodells zur Validierung der Formänderung der Netzelemente.....	103
Abb. 6.1: Grafische Bedienoberfläche des Softwaredemonstrators der <i>Netzdeformation</i>	105
Abb. 6.2: Gelenkwelle und Flanschgelenk mit Flanschmitnehmer [GEW18]	106
Abb. 6.3: Physische Modelle mit ähnlicher Gestalt	107
Abb. 6.4: Rohdaten der 3D-Digitalisierung eines Flanschmitnehmers	108
Abb. 6.5: Klassischer Ablauf der Erzeugung von FEM-Modellen aus 3D-Digitalisierungsdaten	109
Abb. 6.6: Bereinigtes Dreiecksnetz der Oberfläche eines Flanschmitnehmers	109
Abb. 6.7: Für Simulationsvorbereitung ungeeignete Flächenstücke aus Flächenrückführung	110
Abb. 6.8: Durch Flächenrückführung erzeugtes CAD-Modell eines Flanschmitnehmers	111
Abb. 6.9: Aus dem CAD-Modell abgeleitetes FEM-Modell eines Flanschmitnehmers.	111
Abb. 6.10: Eingangsmodelle der <i>Netzdeformation</i>	113
Abb. 6.11: Erzeugung von Gestaltmerkmalen	114
Abb. 6.12: Eingangsmodelle nach rigider Feinregistrierung und Punktkorrespondenzen	115
Abb. 6.13: Deformationsergebnis im Vergleich zum Primärmodell (links) und zum initialen 3D-Netzmodell (rechts).....	116
Abb. 6.14: Ergebnis der Validierung des adaptierten 3D-Netzmodells (Registrierungsfehler).....	116
Abb. 6.15: Adaptierte 3D-Netzmodelle aller Flanschmitnehmervarianten	118
Abb. 6.16: Beispiele konturtreuer Implantate (links: Schädelkalotte, rechts: Unterkieferimplantat [Sem17])	119

Abb. 6.17: Dreiecksnetz der Oberfläche eines menschlichen Unterkiefers mit Fehlstelle	119
Abb. 6.18: Prinzip der konturlinienbasierten Modellrekonstruktion [Sem17]	120
Abb. 6.19: Rekonstruierte Geometrie im Defektbereich des Unterkieferknochens [Sem17].....	121
Abb. 6.20: Konfiguration der <i>Netzdeformation</i>	122
Abb. 6.21: Oberflächenkrümmung der Eingangsmodelle	122
Abb. 6.22: Rigide Registrierung der Eingangsmodelle	123
Abb. 6.23: Primär- und adaptiertes Netzmodell in gemeinsamen Koordinatensystem...	124

Tabellenverzeichnis

Tab. 2.1:	3D-Netzbearbeitung zur Aufbereitung von Digitalisierungsdaten	7
Tab. 2.2:	Einfluss des Anwendungskontextes auf die 3D-Netzmodellerzeugung für Simulationen.....	8
Tab. 2.3:	Beispiele für Mehrfachverarbeitungen ähnlicher Modelle	11
Tab. 2.4:	Beispiele für Aufwandsaspekte bei der <i>Netzgenerierung</i>	12
Tab. 3.1:	Gestaltmerkmale bei der <i>Netzdeformation</i>	33
Tab. 3.2:	Segmentierungskriterien bei der <i>Netzdeformation</i>	34
Tab. 3.3:	Transformationsrandbedingungen bei der <i>Netzdeformation</i>	45
Tab. 3.4:	Bewertungskriterien des adaptierten 3D-Netzes bei der <i>Netzdeformation</i>	46
Tab. 3.5:	Einflusskriterien auf den Aufbau von 3D-Netzdatenstrukturen	47
Tab. 3.6:	Ausgewählte Datenstrukturen von Polygonnetzen	50
Tab. 3.7:	Ausgewählte Datenstrukturen von Volumennetzen.....	51
Tab. 3.8:	Angewandte Nachbarschaftsinformationen in Algorithmen der <i>Netzdeformation</i>	52
Tab. 3.9:	Erforderliche Repräsentationsformen von 3D-Netzen bei der <i>Netzdeformation</i>	53
Tab. 3.10:	Aus den Netzdaten erzeugte und angewandte Daten bei der <i>Netzdeformation</i>	53
Tab. 6.1:	Zeitaufwand der 3D-Digitalisierung eines Flanschmitnehmers.....	108
Tab. 6.2:	Zeitaufwand zur Erzeugung eines FEM-Modells eines Flanschmitnehmers aus 3D-Digitalisierungsdaten bei der konventionellen Methodik	112
Tab. 6.3:	Zeitaufwand zur Erzeugung eines FEM-Modells eines Flanschmitnehmers aus 3D-Digitalisierungsdaten bei der <i>Netzdeformation</i>	117
Tab. 6.4:	Zeitaufwand zur Rekonstruktion von Knochenbereichen unter Anwendung der konturlinienbasierten Modellrekonstruktion (Zeitangaben aus [Sem17])	120
Tab. 6.5:	Zeitaufwand zur Rekonstruktion des defekten Knochenbereiches des Unterkiefers bei der <i>Netzdeformation</i>	124
Tab. 6.6:	Vergleich des Zeitaufwandes für die Netzmodellableitungen der Anwendungsbeispiele	125

Anhang

A.1 Klassifizierung von 3D-Digitalisierungsverfahren

Messverfahren arbeiten entweder berührungslos, taktil oder zerstörend. Ein Überblick der Verfahrensgruppen ist in Abb. A.1.1 dargestellt. Für detaillierte Informationen zu Verfahrensweisen und zu Anwendungsbereichen wird auf die Werke [Bey02], [Rah09], [Luh10], [CN11], [Wec12] und [WHG15] verwiesen.

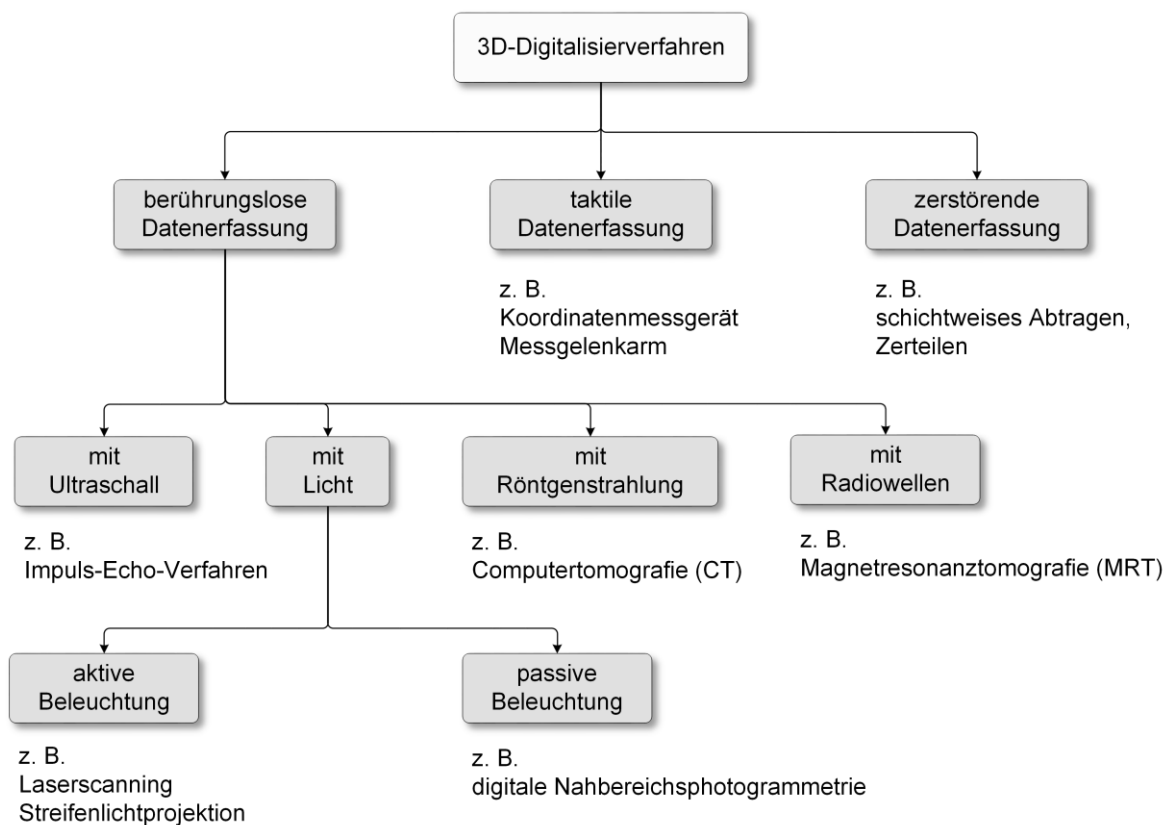


Abb. A.1.1: Klassifizierung von Verfahren der 3D-Digitalisierung

A.2 Differentielle Eigenschaften ebener Kurven

Gegeben ist eine Kurve C in Parameterform

$$\mathbf{x}(t) = (x(t) \ y(t))^T \in \mathbb{R}^2 \quad \text{mit} \quad t \in [a, b] \subset \mathbb{R}.$$

Sie ist eine differenzierbare Abbildung eines Intervalls $[a, b]$ einer Linie in den zweidimensionalen Raum, Abb. A.2.1.

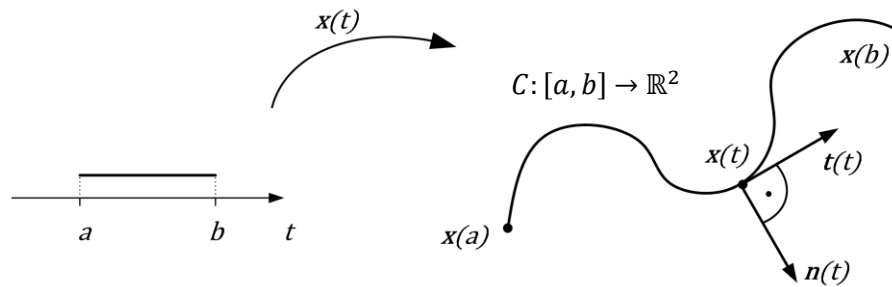


Abb. A.2.1: Parametrisierung einer Kurve

Die Variable t heißt Parameter der Kurve, die erste Ableitung entspricht dem Tangentenvektor

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}(t) = (x'(t) \ y'(t))^T = \mathbf{x}'(t) =: \mathbf{t}(t).$$

Wird der Parameter t als Zeit interpretiert, so kann $\mathbf{x}(t)$ als Bewegung eines Punktes im zweidimensionalen Raum angesehen werden. $\mathbf{x}'(t)$ entspricht dem Geschwindigkeitsvektor des Punktes. Seine Richtung kennzeichnet die (lokale) Orientierung der Kurve in ihrer Umgebung. Gleichbedeutend wird auch der Normaleneinheitsvektor angewandt:

$$\mathbf{n}(t) = \frac{\mathbf{R}\mathbf{t}(t)}{\|\mathbf{R}\mathbf{t}(t)\|} \quad \text{mit} \quad \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \dots \text{Drehmatrix um } 90^\circ \quad (\text{A.2.1})$$

Dieser steht senkrecht zum Tangentenvektor und hat die Länge 1. Der Betrag des Tangentenvektors ist entlang der Kurve variabel. Auf das Modell der Bewegung bezogen, führt folgende Überlegung zur Krümmung der Kurve: Bei einer Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit ist eine Beschleunigung ungleich Null ausschließlich quer zur Bewegungsrichtung vorhanden. Sie resultiert aus der Richtungsänderung der Bewegung und ist ein Maß für die Krümmung der Wegstrecke. Mathematisch ist dazu eine Uparametrisierung der Kurve nach der Bogenlänge s vorzunehmen:

$$\mathbf{x}(s) = \mathbf{x}(s(t)) \quad \text{mit} \quad s(t) = \int_0^t \|\mathbf{x}'(t)\| dt \quad (\text{A.2.2})$$

Die erste Ableitung der nach Bogenlänge parametrisierten Kurve entspricht dem Tangenteneinheitsvektor

$$\mathbf{t}(s) := \mathbf{x}'(s) = \frac{d\mathbf{x}(s)}{ds}$$

und es gilt

$$\|\mathbf{t}(s)\| = 1$$

$$\Leftrightarrow \langle \mathbf{t}(s), \mathbf{t}(s) \rangle = 1 \quad \text{mit} \quad \langle \cdot, \cdot \rangle \dots \text{Skalarprodukt}$$

$$\Leftrightarrow 2\langle \mathbf{t}(s), \mathbf{t}'(s) \rangle = 0$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{t}(s) \perp \mathbf{t}'(s)$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{n}(s) \parallel \mathbf{t}'(s)$$

Aus letztem kann die Definition der Krümmung als Proportionalitätsfaktor zwischen der Normale und der zweiten Ableitung einer Kurve abgeleitet werden:

$$\mathbf{t}'(s) = \mathbf{x}''(s) = \kappa(s) \mathbf{n}(s) \quad (\text{A.2.3})$$

A.3 Direktes Lösungsverfahren der rigiden Registrierung

Zur Berechnung der Transformationsparameter der rigiden Registrierung nach der Fehlerquadratmethode ist das folgende Ausgleichungsproblem zu lösen (Vgl. Gl. 3.10):

$$e(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \min_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^{N_C} \omega_i |\mathbf{x}_{B,i} - (\mathbf{R}\mathbf{x}_{A,i} + \mathbf{t})|^2 \quad \text{mit } \omega_i \in [0,1] \subset \mathbb{R} \quad (\text{A.3.1})$$

Dazu wird durch Singulärwertzerlegung der aus den Korrespondenzen $\mathbf{x}_{A/B}$ und deren Schwerpunkten $\mathbf{c}_{A/B}$ gebildeten Matrix \mathbf{H} die Rotationsmatrix \mathbf{R} und daraus der Translationsvektor \mathbf{t} bestimmt.

$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^{N_C} (\mathbf{x}_{A,i} - \mathbf{c}_A) \omega_i (\mathbf{x}_{B,i} - \mathbf{c}_B)^T \quad (\text{A.3.2})$$

$$\text{mit } \mathbf{c}_{A/B} = \frac{\sum_{i=1}^{N_C} \omega_i \mathbf{x}_{A/B,i}}{\sum_{i=1}^{N_C} \omega_i}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \quad (\text{A.3.3})$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{V}\mathbf{U}^T, \quad \mathbf{t} = \mathbf{c}_B - \mathbf{R}\mathbf{c}_A \quad (\text{A.3.4})$$

A.4 Aufbau von Datenstrukturen dreidimensionaler Netze

Der Aufbau der Datenstrukturen aus Kap. 3.4.3 wird im Folgenden durch die Angabe jeweils eines vollständigen Listeneintrages der enthaltenen Netzkomponenten verdeutlicht. Die Datenstrukturen bestehen aus Listen, die aus mehreren der dargestellten Einträge aufgebaut sind. Referenzen auf Netzkomponenten werden mit Indizes realisiert, die die Position der Komponente innerhalb ihrer Liste angeben.

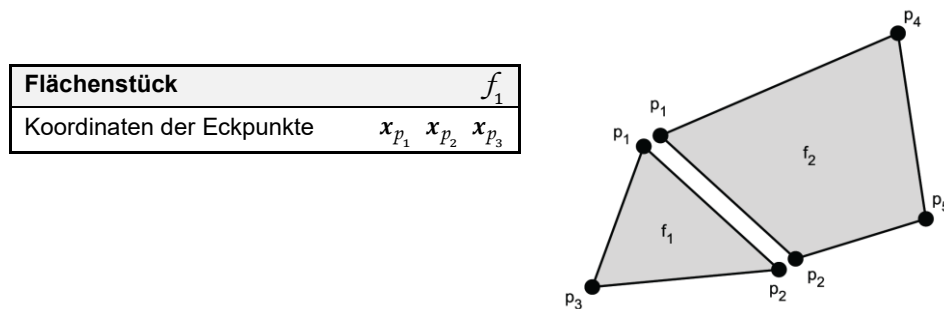


Abb. A.4.1: Aufbau der Polygonliste

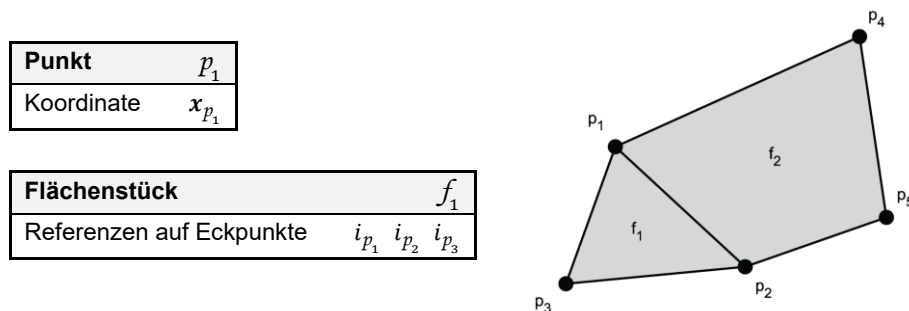


Abb. A.4.2: Aufbau der Punktliste

Punkt	p_1
Koordinate	x_{p_1}
Referenz auf eine Halbkante	$i_{\tilde{k}_3}$

Flächenstück	f_1
Referenz auf eine Halbkante	$i_{\tilde{k}_3}$

Halbkante	\tilde{k}_1
Referenz auf Endpunkt	i_{p_1}
Referenz auf Nachbarflächenstück	i_{f_1}
Referenz auf inverse Halbkante	$i_{\tilde{k}_1}$
Referenz auf nachfolgende Halbkante	$i_{\tilde{k}_3}$
Referenz auf vorhergehende Halbkante	$i_{\tilde{k}_2}$

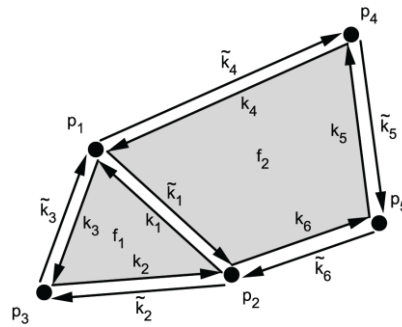


Abb. A.4.3: Aufbau der Halbkantenliste

Punkt
Koordinate
Referenz auf Nachbarkanten

Kante
Referenz auf Endpunkte
Referenz auf Nachbarflächenstücke

Flächenstück
Referenz auf begrenzende Kanten
Referenz auf Nachbarzellen

Zelle
Referenz auf begrenzende Flächenstücke

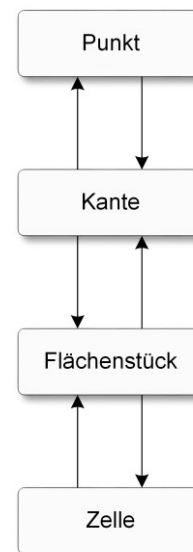
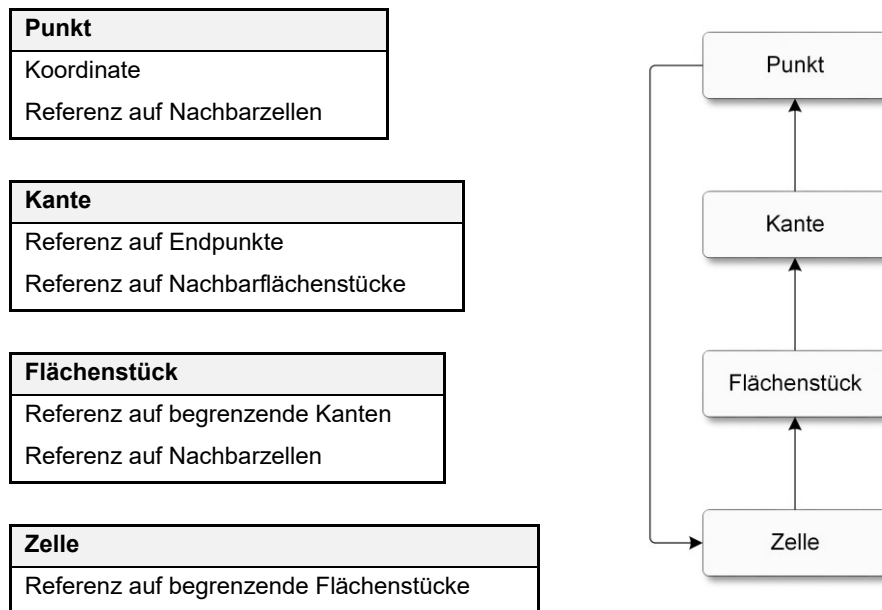


Abb. A.4.4: Aufbau der Ein-Ebenen-Hierarchie.

**Abb. A.4.5:** Aufbau der Zirkular-Hierarchie.

A.5 Berechnung des Flächeninhalts A_{mixed}

Sind alle an einen Netzknoten p_i angrenzenden Dreiecke spitzwinklig, so entspricht A_{mixed} dem Voronoigebiet $A_{Voronoi}$ [MDS03]. Bei stumpfwinkligen Dreiecken vergrößert sich das Voronoigebiet über die 1-Ring-Nachbarschaft des Netzpunktes hinaus und überschneidet sich damit mit Voronoigebieten angrenzender Netzpunkte (Vgl. Abb. 4.9).

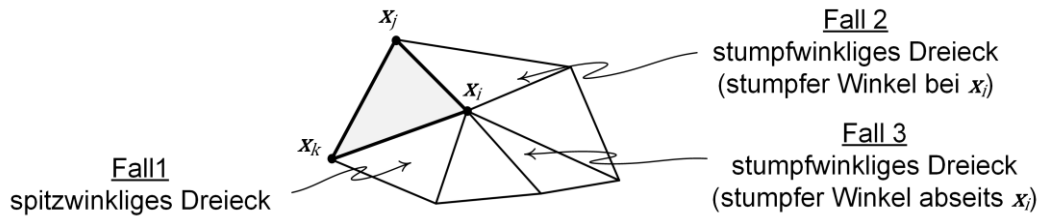


Abb. A.5.1: Unterscheidung zwischen spitz- u. stumpfwinkligen Dreiecken bei der LBO-Berechnung

Das Gebiet A_{mixed} entspricht der Summe der Teilgebiete der angrenzenden Dreiecke $p_i p_j p_k$. Die Flächeninhalte der Teilgebiete werden je nach Dreiecksgeometrie berechnet (Abb. A.5.1):

$$\text{Fall 1: } A_{Voronoi}^{\triangle p_i p_j p_k} = \frac{1}{8} \left(|x_i - x_j|^2 \cot(\angle p_k) + |x_i - x_k|^2 \cot(\angle p_j) \right) \quad (\text{A.5.1})$$

$$\text{Fall 2: } A_{mixed\ Voronoi}^{\triangle p_i p_j p_k} = \frac{1}{2} A^{\triangle p_i p_j p_k} \quad (\text{A.5.2})$$

$$\text{Fall 3: } A_{mixed\ Voronoi}^{\triangle p_i p_j p_k} = \frac{1}{4} A^{\triangle p_i p_j p_k} \quad (\text{A.5.3})$$

$$A^{\triangle p_i p_j p_k} = \frac{1}{2} |(x_i - x_j) \times (x_i - x_k)| \quad (\text{A.5.4})$$

A.6 Ausgleichungsrechnung zur Detektion von Regelgeometrien

In diesem Abschnitt werden die Zielfunktionen und die Lösungen der in Kap. 4.3.4 beschriebenen Ausgleichungsrechnung zur Berechnung von Regelgeometrien aus Segmenten von Dreiecksnetzen dokumentiert.

Kreisausgleichung Die Strategie zur Berechnung der Parameter eines Kreises im dreidimensionalen Raum aus gegebenen 3D-Punktkoordinaten teilt sich in zwei Schritte. Der erste Schritt umfasst die Bestimmung der Parameter einer Ebene, die durch die gegebenen Punkte definiert wird. Im zweiten Schritt erfolgt die Kreisausgleichung für zweidimensionale Punkte, welche aus der Transformation der dreidimensionalen Punkte in ein Koordinatensystem der zuvor bestimmten Ebene hervorgehen (Details in [Coo93]).

Die zweidimensionalen Punktkoordinaten sind definiert durch $\mathbf{x}_i = (x_i \ y_i)^T$. Die 2D-Kreisausgleichung umfasst die Lösung eines linearen Gleichungssystems $\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{b}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} x_0 & y_0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_i & y_i & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -x_0^2 - y_0^2 \\ \vdots \\ -x_i^2 - y_i^2 \end{pmatrix} \text{ und der unbekannten Parameter } \mathbf{u} = (u_0 \ u_1 \ u_2)^T.$$

Die Lösung des Gleichungssystems kann z. B. mit der Singulärwertzerlegung berechnet werden. Die Kreisparameter im zweidimensionalen Koordinatensystem umfassen die Koordinaten des Mittelpunktes $\mathbf{x}_M = (x_M \ y_M)^T$ und den Radius r mit

$$\mathbf{x}_M = \left(-\frac{1}{2}u_0 \quad -\frac{1}{2}u_1 \right)^T \text{ und } r = \sqrt{x_M^2 + y_M^2 - u_2}.$$

Die zweidimensionalen Koordinaten des Kreismittelpunktes im Ebenenkoordinatensystem sind abschließend in den dreidimensionalen Raum zurück zu transformieren. Details sind der nachfolgend dokumentierten Ebenenausgleichung zu entnehmen.

Ebenenausgleichung Die Parameter einer Ausgleichsebene für eine Menge von Punkten $\mathbf{x}_i = (x_i \ y_i \ z_i)^T$ im dreidimensionalen Raum können mittels Hauptkomponentenanalyse berechnet werden (Details in [HT08]). Dabei bilden die Eigenwerte einer Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} x_0 & y_0 & z_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_i & y_i & z_i \end{pmatrix}$$

ein dreidimensionales Koordinatensystem, von dem zwei Achsen in der Ausgleichsebene und die dritte Achse normal zur Ebene liegen. Der Normalenvektor der Ebene entspricht dabei dem Eigenvektor, der zum kleinsten Eigenwert gehört. Die Ebene verläuft durch den arithmetischen Mittelwert aller gegebenen Punkte. Mit der (3x3)-Matrix der Eigenvektoren

und einem Punkt der Ebene können für Punktkoordinaten des originalen Koordinatensystems Transformationen in ein auf der Ebene positioniertes Koordinatensystem berechnet werden (Vgl. Kreisausgleichung).

Zylinderausgleichung Die Berechnung von Zylinderparametern aus 3D-Punkten erfolgt in zwei Schritten. Im ersten Schritt wird die Richtung der Rotationsachse des Zylinders berechnet, im zweiten der Radius des Zylinders (Abb. A.9).

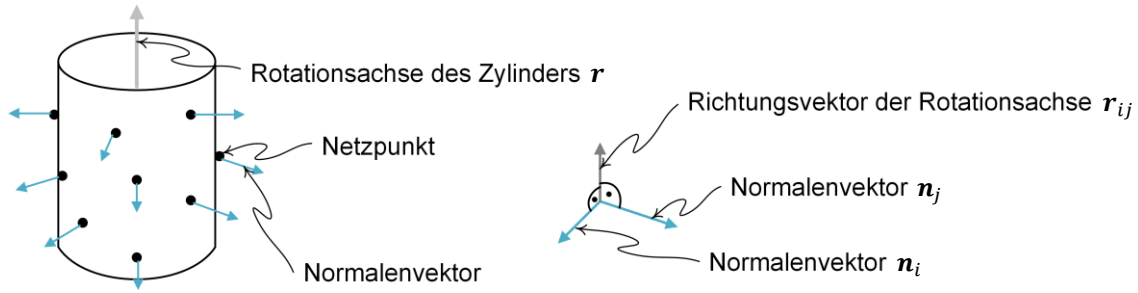


Abb. A.6.1: Bestimmung der Zylinderrotationsachse aus Normalenvektoren der Netzpunkte

Der Richtungsvektor der Zylinderachse \mathbf{r} entspricht dem Mittelwert aller lokalen Richtungsvektoren \mathbf{r}_{ij} , welche aus dem Kreuzprodukt der Normalenvektoren \mathbf{n}_i und \mathbf{n}_j von Paaren von Punkten eines Segments berechnet werden:

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{n}_i \times \mathbf{n}_j, \quad \mathbf{r} = \frac{1}{(N-1)^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \mathbf{r}_{ij} \quad \text{mit } N \dots \text{Anzahl Punkte im Segment.}$$

Im zweiten Schritt wird eine Ebene definiert, deren Normalenvektor dem Richtungsvektor des gesuchten Zylinders entspricht. Der Zylinderradius sowie ein Punkt der Zylinderachse resultieren aus einer Kreisausgleichung der auf die Ebene projizierten originalen Punkte. Aus der Bestimmung von Lotfußpunkten der Netzpunkte auf die Zylinderachse kann diese als Strecke zwischen den am weitesten voneinander entfernten Lotfußpunkten definiert werden. Diese stellen die Endpunkte der Zylinderachse dar.

Kugelausgleichung Zur Bestimmung der Parameter der Ausgleichskugel für eine Menge von Punkten $\mathbf{x}_i = (x_i \ y_i \ z_i)^T$ ist das lineare Gleichungssystem $\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{b}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2x_0 & 2y_0 & 2z_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 2x_i & 2y_i & 2z_i \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 \\ \vdots \\ x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{u} = (u_0 \ u_1 \ u_2 \ u_3)^T \text{ zu lösen.}$$

Der Mittelpunkt $\mathbf{x}_M = (x_M \ y_M \ z_M)^T$ und Radius r der Kugel ergeben sich mit

$$\mathbf{x}_M = (u_1 \ u_2 \ u_3)^T \text{ und } r = \sqrt{\mathbf{x}_M \mathbf{x}_M + u_0}.$$

A.7 Herleitung des Deformationsmodells

In diesem Abschnitt werden die wesentlichen Inhalte des *As-rigid-as-possible*-Berechnungsmodells zur Deformation eines 3D-Netzmodells in Anlehnung an [SA07] erläutert. Zur Herleitung werden zunächst die Netzkanten um den Knoten p_i betrachtet (Vgl. Abb. 5.19). Für eine rigide Transformation der Netzknoten gilt:

$$\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_j = \mathbf{R}_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j), \quad j \in \mathcal{N}_\Phi(i). \quad (\text{A.7.1})$$

Es existiert eine Rotation \mathbf{R}_i der originalen Kanten $(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$, aus der die transformierten Kanten $(\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_j)$ resultieren. Bei den Kanten handelt es sich mathematisch um Vektoren, für die keine Position spezifiziert ist. Eine Translation wird daher an dieser Stelle nicht berücksichtigt. Ist die Transformation der Netzknoten nicht-rigide, kann Gl. A.7.1 für alle benachbarten Netzkanten des Knotens p_i nach der Fehlerquadratmethode formuliert werden:

$$E_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_\Phi(i)} \omega_{ij} |(\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_j) - \mathbf{R}_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)|^2. \quad (\text{A.7.2})$$

Für jede Kante wird ein Gewichtungsfaktor ω_{ij} eingeführt, mit dem eine ungleichmäßige Anordnung der Kanten um den Knoten p_i berücksichtigt wird (Vgl. Abb. 5.19). Die Anwendung von Gl. A.7.2 auf ein vollständiges 3D-Netz führt zu Gl. A.7.3. Für jeden Knoten des Netzes (und seine Umgebung) wird ein Gewichtungsfaktor ω_i eingeführt, mit dem unterschiedlich große Umgebungen der Netzknoten berücksichtigt werden.

$$\begin{aligned} E(\mathcal{M}') &= \sum_{i \in \mathcal{N}_\Phi} \omega_i E_i \\ &= \sum_{i \in \mathcal{N}_\Phi} \omega_i \sum_{j \in \mathcal{N}_\Phi(i)} \omega_{ij} |(\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_j) - \mathbf{R}_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)|^2 \end{aligned} \quad (\text{A.7.3})$$

Mit $\omega_i = A_{mixed,i}$ und ω_{ij} entsprechend Gl. 5.6 kann $A_{mixed,i}$ in Gl. A.7.3 gekürzt werden. Dadurch vereinfacht sich Gl. A.7.3 zu Gl. A.7.4 (Vgl. Gl. 5.7).

$$\begin{aligned} E(\mathcal{M}') &= \sum_{i \in \mathcal{N}_\Phi} \sum_{j \in \mathcal{N}_\Phi(i)} \omega_{ij}^* |(\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_j) - \mathbf{R}_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)|^2 \\ \text{mit } \omega_{ij}^* &= \frac{1}{2} \frac{(\tan(\theta_{ij}^1/2) + \tan(\theta_{ij}^2/2))}{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|} \end{aligned} \quad (\text{A.7.4})$$

Aus der Minimierung der Funktion (in Abhängigkeit der unbekannten Positionen der Knoten des deformierten Netzmodells $\mathbf{x}'_{i/j}$) resultiert das Gleichungssystem, das bei der

Netzdeformation grundlegend zur Berechnung der verformten Geometrie des initialen Netzmodells angewandt wird (Gl. A.7.5, Vgl. Gl. 5.8).

$$\sum_{j \in \mathcal{N}_p(i)} \omega_{ij}^* (\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_j) = \sum_{j \in \mathcal{N}_p(i)} \frac{1}{2} (\mathbf{R}_i + \mathbf{R}_j) \omega_{ij}^* (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \quad (\text{A.7.5})$$

Die Terme auf der linken und rechten Seite der Gleichung repräsentieren jeweils den mit der Fläche $A_{mixed,i}$ gewichteten LBO des verformten und des initialen Netzmodells ($\Delta^* \mathbf{x}'_i$ bzw. $\Delta^* \mathbf{x}_i$) (Vgl. Gl. 5.7). Der Term auf der rechten Seite enthält zudem Rotationsmatrizen $(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j)$, mit denen lokal die Netzknoten und ihre Umgebung transformiert werden, um die Verformung der Modelloberfläche zu realisieren.

Die Rotationsmatrizen sind wie die Positionen des verformten Netzmodells zunächst unbekannte Größen. Sie werden als Funktionen der Knotenpositionen des initialen und des verformten Netzmodells sowie der Gewichtungsfaktoren ω_{ij}^* abgebildet (Gl. A.7.6 - A.7.8).

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{X}_i \boldsymbol{\Omega}_i \mathbf{X}_i'^T$$

$$\text{mit } \mathbf{X}_i = (\mathbf{x}_j \quad \dots \quad \mathbf{x}_{N_{\mathcal{N}_p(i)}}), \mathbf{X}_i' = (\mathbf{x}'_j \quad \dots \quad \mathbf{x}'_{N_{\mathcal{N}_p(i)}}), \boldsymbol{\Omega}_i = \begin{pmatrix} \omega_{ij}^* & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{iN_{\mathcal{N}_p(i)}}^* \end{pmatrix} \quad (\text{A.7.6})$$

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{U}_i \mathbf{S}_i \mathbf{V}_i^T \quad (\text{A.7.7})$$

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{V}_i \mathbf{U}_i^T \quad (\text{A.7.8})$$

Die Größen \mathbf{X}_i und \mathbf{X}_i' sind $(3 \times N_{\mathcal{N}_p(i)})$ -Matrizen, deren Spalten die Positionen der Nachbarpunkte des jeweils betrachteten Netzpunktes p_i des initialen bzw. des verformten Netzmodells darstellen. Die Größe $\boldsymbol{\Omega}_i$ ist eine $(N_{\mathcal{N}_p(i)} \times N_{\mathcal{N}_p(i)})$ -Diagonalmatrix deren Elemente die Gewichtungsfaktoren ω_{ij}^* enthalten. Aus Gl. A.7.6 ergibt sich die (3×3) -Matrix \mathbf{H}_i , für die in Gl. A.7.7 eine Singulärwertzerlegung berechnet wird. Die Rotationsmatrix \mathbf{R}_i wird nach Gl. A.7.8 aus der unteren Dreiecksmatrix \mathbf{U}_i und der oberen Dreiecksmatrix \mathbf{V}_i berechnet, die als Ergebnis der Singulärwertzerlegung hervorgehen. Die Berechnung der Rotationsmatrizen ist äquivalent zur Berechnung der rigiden Registrierung zweier Geometriemodelle (Vgl. Anhang A.3).

A.8 Herleitung des LBO für Viereckselemente

$$\Delta \mathbf{x}_i = k \frac{\nabla \tilde{A}(p_i)}{\tilde{A}(p_i)} \quad \text{mit} \quad k \dots \text{Skalierungsfaktor} \quad (\text{A.8.1})$$

Für Viereckselemente gilt nach [XLH11] (Abb. A.8.1):

$$\tilde{A}^{\text{Viereck}}(p_i) = \frac{1}{2^m} \sum_{1 \leq j \leq m} 2^{m-1} (A(D_{Vj}^1) + A(D_{Vj}^2) + A(D_{Vj}^3)) \quad (\text{A.8.2})$$

$$\nabla \tilde{A}^{\text{Viereck}}(p_i) = \frac{1}{2^m} \sum_{1 \leq j \leq m} 2^{m-1} (\nabla A(D_{Vj}^1) + \nabla A(D_{Vj}^2) + \nabla A(D_{Vj}^3)) \quad (\text{A.8.3})$$

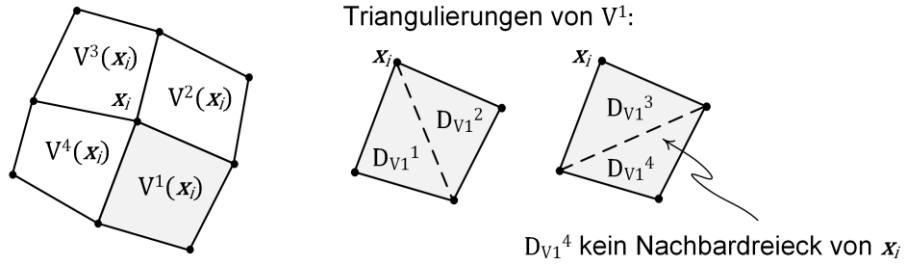


Abb. A.8.1: Bezeichnungen an einen Netzknoten angrenzender Vierecke und Triangulierungen

Für ein Dreieck $D (\triangle p_i p_j p_k)$ ist nach [MDS03] definiert:

$$\nabla A(D) = \frac{1}{2} \left(\cot(\angle p_j) (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_i) + \cot(\angle p_k) (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \right) \quad (\text{A.8.4})$$

mit $\angle p_j \dots$ Winkel am Punkt p_j .

Aus Gl. A.8.3 und A.8.4 kann für den Gradienten der Fläche um einen Knoten p_i eines Vierecksnetzes

$$\nabla \tilde{A}^{\text{Viereck}}(p_i) = \sum_{j \in \mathcal{N}_P(i)} \left(\omega_{ij}^{\text{Viereck}} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + \hat{\omega}_{ij}^{\text{Viereck}} (\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_j) \right) \quad (\text{A.8.5})$$

$$\text{mit} \quad \omega_{ij}^{\text{Viereck}} = \frac{1}{4} \left(\cot \frac{\alpha_{ij6}}{2} + \cot \frac{\alpha_{ij3}}{2} + \cot \frac{\alpha_{i(j-1)1}}{2} + \cot \frac{\alpha_{i(j-1)4}}{2} \right)$$

$$\text{und} \quad \hat{\omega}_{ij}^{\text{Viereck}} = \frac{1}{4} \left(\cot \frac{\alpha_{ij2}}{2} + \cot \frac{\alpha_{ij5}}{2} \right)$$

abgeleitet werden. Aus Gl. A.8.1 kann mit $k = 1$ der für das ARAP-Deformationsmodell relevante gewichtete LBO für Viereckselemente wie folgt definiert werden (Abb. A.8.2):

$$\Delta^{*Viereck} \mathbf{x}_i = \tilde{A}^{Viereck}(p_i) \Delta^{Viereck} \mathbf{x}_i = \nabla \tilde{A}^{Viereck}(p_i). \quad (\text{A.8.6})$$

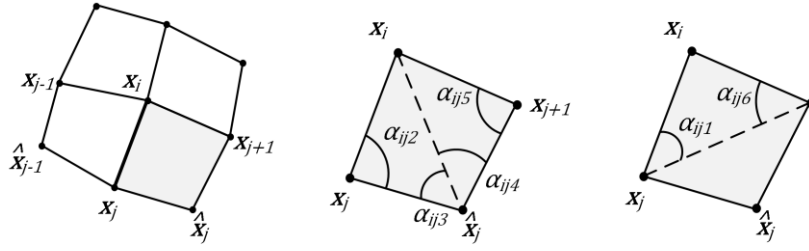


Abb. A.8.2: Geometrische Verhältnisse am Viereckselement zur Berechnung eines LBO

Für die Randbedingung im Gleichungssystem des ARAP-Deformationsmodells gilt analog zu Gl. 5.8:

$$\begin{aligned} & \sum_{j \in \mathcal{N}_Q(i)} \left(\omega_{ij}^{Viereck}(\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_j) + \hat{\omega}_{ij}^{Viereck}(\mathbf{x}'_i - \hat{\mathbf{x}}'_j) \right) \\ &= \sum_{j \in \mathcal{N}_Q(i)} \frac{1}{2} (\mathbf{R}_i + \mathbf{R}_j) \left(\omega_{ij}^{Viereck}(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + \hat{\omega}_{ij}^{Viereck}(\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_j) \right). \end{aligned} \quad (\text{A.8.7})$$